



۱- کوچکترین عدد حقیقی  $x$  که عبارت  $x^2 - 2004$  صفر یا منفی باشد، کدام است؟

- ①  $-2004$       ②  $2004$       ③  $\sqrt{2004}$       ④  $-\sqrt{2004}$

۲- اگر جدول تعیین علامت عبارت  $y = (2a + b)x - 6a - 3b$  مطابق به شکل زیر باشد، آنگاه کدام عبارت صحیح است؟

x	a
y	-   0   +

- ①  $a = 3, b > -6$       ②  $a = -3, b > -6$   
 ③  $a = 3, b < -6$       ④  $a = -3, b < -6$

۳- کدام گزینه نمایش صحیحی از تعیین علامت عبارت  $y = 3x^2 - 2x + 1$  است؟

- ① 

x	-2	3
y	+   0   -	-   0   +

      ② 

x	-1	$-\frac{2}{3}$
y	+   0   -	-   0   +

  
 ③ 

x		
y	-	+

      ④ 

x		
y	+	-

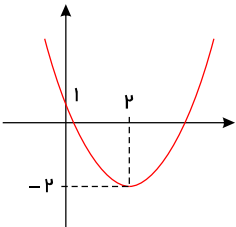
۴- نرخ جدید کالایی عدد طبیعی  $p$  و روابط دو بار و سه بار خرید از آن به صورت های  $2p + 1 > 55$  و  $3p - 2 < 85$  است.  $p$  کدام است؟

- ① ۳۰      ② ۲۹      ③ ۲۸      ④ ۲۷

۵- سه پاره خط به طول های  $6x$ ،  $x + 7$  و  $4x - 4$  اضلاع مثلثی هستند. مقادیر  $x$  به کدام صورت است؟

- ①  $\frac{5}{3} < x < 3$       ②  $3 < x < 4$       ③  $\frac{11}{9} < x < 4$       ④  $\frac{11}{9} < x < 3$

۶- کدام گزینه نمایش صحیحی از تعیین علامت صحیحی سهمی مقابل است؟



- ① 

x	$-2 - 2\sqrt{2}$	$-2 + 2\sqrt{2}$
y	+   0   -	-   0   +

      ② 

x	-2	+2
y	+   0   -	-   0   +

  
 ③ 

x	$\frac{2(3-\sqrt{6})}{3}$	$\frac{2(3+\sqrt{6})}{3}$
y	+   0   -	-   0   +

      ④ 

x		
y	+	-

۷- اگر  $-\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}$  باشد، عبارت  $1 - 6x$  در کدام بازه قرار دارد؟

- ①  $[-3, 4]$       ②  $[-4, 3]$       ③  $[-3, 4]$       ④  $[-4, 3]$

۸- تعداد اعداد اول موجود در مجموعه جواب نامعادله  $3 - \frac{x}{2} > 1$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۱      ④ بی شمار

۹- مجموعه جواب نامعادله  $3x - 3 < 2x - 2 < x - 1$  کدام است؟

- ①  $x \geq 1$       ②  $x \leq 1$       ③  $x < 1$       ④  $x > 1$

۱۰- به ازای مقادیر حقیقی  $x$ ، نامساوی  $1 \leq |x - 2| \leq 7$  هم ارز با کدام است؟

- ①  $1 \leq x \leq 3$       ②  $-5 \leq x \leq 9$       ③  $3 \leq x \leq 9$  یا  $-5 \leq x \leq 1$       ④  $-6 \leq x \leq 1$  یا  $3 \leq x \leq 10$

۱۱- به ازای کدام مقدار  $a$  عبارت  $ax^2 + 2x + 4a$  همواره مثبت است؟

- ①  $a > \frac{1}{2}$       ②  $a \leq -\frac{1}{2}$       ③  $0 < a \leq \frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$



۱۲- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله‌ی درجه دوم  $\frac{3}{2} = 0 + ax + 2x^2$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

- ۱  $a < 2$  یا  $a > 6$     
  ۲  $a < 3$  یا  $a > 4$     
  ۳  $1 < a < 6$     
  ۴  $3 < a < 4$

۱۳- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3}$  کدام است؟

- ۱  $-1 < x < 3$     
  ۲  $1 < x < 3$     
  ۳  $x < 1 \cup x > 3$     
  ۴  $x < -3 \cup x > 1$

۱۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{4x+7}{2x-1} > 5$  کدام است؟

- ۱  $x > \frac{1}{2}$     
  ۲  $x < 2$     
  ۳  $\frac{1}{2} < x < 2$     
  ۴  $-1 < x < \frac{1}{2}$

۱۵- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8} > \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3}$  کدام است؟

- ۱  $(-\infty, 2) \cup (3, 4)$     
  ۲  $(-4, \frac{17}{8}) \cup (3, \infty)$     
  ۳  $(-\infty, -4) \cup (2, 3)$     
  ۴  $(-\infty, -4) \cup (\frac{17}{8}, 3)$

۱۶- به ازای کدام مقادیر  $x$  هر دو نامعادله‌ی  $\frac{1}{x} \geq 3$  و  $x^2 - 4 \leq 0$  برقرارند؟

- ۱  $0 < x \leq \frac{1}{3}$     
  ۲  $-2 < x < \frac{1}{3}$     
  ۳  $\frac{1}{3} < x < 2$     
  ۴  $0 < x < 2$

۱۷- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $x^2 - 2x < |x - 2|$  کدام بازه است؟

- ۱  $(-1, 1)$     
  ۲  $(-1, 2)$     
  ۳  $(0, 2)$     
  ۴  $(1, 2)$

۱۸- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $|x^2 - 2x| < x$  کدام بازه است؟

- ۱  $(0, 1)$     
  ۲  $(0, 3)$     
  ۳  $(1, 2)$     
  ۴  $(1, 3)$

۱۹- نامعادله‌ی  $|\frac{2x-3}{x+2}| < 1$  معادل کدام است؟

- ۱  $|x-3| < 4$     
  ۲  $|2x-3| < 5$     
  ۳  $|3x-8| < 7$     
  ۴  $|3x-7| < 7$

۲۰- چند عدد صحیح منفی در نامعادله  $\frac{1+x}{3} < \frac{x}{4} - 2$  صدق می‌کند؟

- ۱    
  ۲    
  ۳    
  ۴    
  ۵

۲۱- اگر  $x = -1$  یک ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم  $0 = 3 + 2m - (m+1)x + (m^2 - 2)x^2$  باشد، ریشه‌ی دیگر معادله (بر حسب  $x$ ) کدام است؟

- ۱ فقط  $\frac{1}{2}$     
  ۲  $\frac{3}{4}$  یا  $\frac{1}{2}$     
  ۳ فقط  $\frac{9}{7}$     
  ۴  $-\frac{1}{2}$  یا  $\frac{9}{7}$

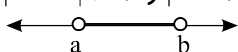
۲۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2x^2 + (m-1)x + 1$  به ازای کدامین مقادیر  $m$  بالاتر از خط  $y = -1$  قرار دارد؟

- ۱  $-3 < m < 5$     
  ۲  $m < -3$  یا  $m > 5$     
  ۳  $-3 < m < 0$     
  ۴  $0 < m < 5$

۲۳- مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{2x-3}{x+2}| \leq 2$  به صورت  $[a, +\infty)$  است.  $a$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{1}{4}$     
  ۲  $-\frac{1}{8}$     
  ۳  $\frac{1}{2}$     
  ۴  $-\frac{7}{8}$

۲۴- نمایش مجموعه جواب نامعادله  $|x-2| < 2$  بر روی محور به صورت زیر است. اشتراک جواب‌های دو نامعادله  $|x-a| > 3$  و  $|x-2| < b$  کدام است؟



- ۱  $[3, 6]$     
  ۲  $(3, 6)$     
  ۳  $(-2, 3)$     
  ۴  $(-3, 6)$



۲۵- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(-x^2+x)^3} \geq 0$  کدام است؟

- ①  $(0, 2] \cup \{-2\}$       ②  $(0, 1) \cup (1, 2] \cup \{-2\}$       ③  $(0, 2]$       ④  $[-2, 0] \cup (1, 2]$

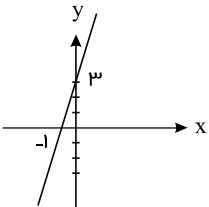
۲۶- در چند جمله‌ای  $p(x) = ax^2 + bx + c$  اگر  $\frac{\Delta}{4a}$  منفی باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ① معادله  $p(x) = 0$  همواره ریشه‌ی حقیقی ندارد.      ② چند جمله‌ای  $P(x)$  همواره مثبت است.  
 ③ چند جمله‌ای  $P(x)$  همواره منفی است.      ④ علامت  $P(x)$  به علامت  $a$  وابسته است.

۲۷- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{|3x-2|}{x^2+x+1} \leq \frac{5}{x^2+x+1}$  کدام است؟

- ①  $[-1, \frac{7}{3}]$       ②  $[-\frac{7}{3}, 1]$       ③  $(-\infty, \frac{7}{3}]$       ④  $[1, +\infty)$

۲۸- با توجه به نمودار  $y = ax - b$  که در زیر رسم شده است، عبارت  $P(x) = \frac{(ax+b)(2x+3)}{(-x+2)}$  در کدام بازه قطعاً مثبت است؟



- ①  $(0, 2)$       ②  $(-\frac{3}{2}, 1)$       ③  $(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$       ④  $(4, \frac{11}{2})$

۲۹- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(x+2)(-x^2+x-1)}{x^2+x+3} > 0$  شامل چند عدد صحیح منفی نیست؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ بی شمار

۳۰- چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله زیر قرار دارد؟

$||x| - 2| < 3$

- ① ۸      ② ۹      ③ ۱۰      ④ ۱۲

۳۱- مجموعه جواب نامعادله  $3 < | \frac{x-1}{2} - 1 | \leq -1$  به صورت بازه  $(a, b)$  است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ① ۸      ② ۱۰      ③ ۶      ④ ۱۲

۳۲- اگر مجموعه جواب نامعادله  $|x - a| \geq 2b$  به صورت  $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$  باشد، کدام  $a + b$  است؟

- ① ۵٫۲۵      ② ۴٫۵      ③ ۶      ④ ۵٫۷۵

۳۳- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{|2x-1|}{3x+2} \leq 1$  کدام است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب نمایید.)

- ①  $(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{5}, +\infty)$       ②  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$       ③  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{1}{5}, +\infty)$       ④  $(-\infty, -3] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

۳۴- به ازای چه مقادیری از  $k$  عبارت درجه دوم  $A = kx^2 + 4x + 3$  همواره مثبت و عبارت  $B = -3x^2 - kx - k$  همواره منفی است؟

- ①  $(0, 12)$       ②  $(\frac{4}{3}, 12)$       ③  $(\frac{4}{3}, +\infty)$       ④  $\emptyset$

۳۵- چند عدد صحیح در معادله  $\frac{-2x^2+x-1}{2x^2-x-3} \geq 0$  صدق می‌کند؟

- ① ۲      ② ۳      ③ صفر      ④ بی شمار

۳۶- مجموعه جواب نامعادله  $||x+3| - 2| < 1$  کدام است؟

- ①  $(-4, -2) \cup (-2, 0)$       ②  $(-6, -4) \cup (-2, 0)$       ③  $(0, 2) \cup (4, 6)$       ④  $(-6, -3) \cup (-3, -2)$



۳۷- مجموعه جواب نامعادله  $(-x^2 + 2x - 2)(x^2 - 3x + 2) \geq 0$  کدام است؟

- (1)  $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$  (2)  $[1, 2]$   
 (3)  $[1 - \sqrt{3}, 1] \cup [2, 1 + \sqrt{3}]$  (4)  $(-\infty, 1 - \sqrt{3}) \cup [1 + \sqrt{3}, +\infty)$

۳۸- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} \geq 2$  کدام است؟

- (1)  $[0, +\infty)$  (2)  $[2, +\infty)$  (3)  $[2, 5]$  (4)  $(-\infty, 2]$

۳۹- اگر مقدار عبارت  $\frac{ax + 3}{2x - b}$  تنها در فاصله  $2 < x < \frac{1}{3}$  کم تر از صفر باشد، حاصل  $ab$  کدام است؟ ( $a, b > 0$ )

- (1) ۱۸ (2) ۲۴ (3) ۴۸ (4) ۳۶

۴۰- مجموعه جواب نامعادله  $-2 < \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1$  کدام است؟

- (1)  $[-3, 3]$  (2)  $[-3, 1]$  (3)  $[-1, 3]$  (4)  $[-2, 1]$

۴۱- به ازای چند عدد طبیعی نامعادله  $\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$  برقرار است؟

- (1) هیچ (2) یک (3) دو (4) بی شمار

۴۲- مجموعه جواب نامعادله  $x - 3 \leq 2x^2 - x - 3 \leq 5x - 1$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (1) ۳ (2) ۴ (3) ۵ (4) بی شمار

۴۳- جدول تعیین علامت کدام یک از چند جمله ای های زیر به صورت زیر می باشد؟

x	-2	1
y	-	+

- (1)  $y = x^2 + x - 2$  (2)  $y = x^2 - x + 2$  (3)  $y = x^3 + 3x^2 - 4$  (4)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$

۴۴- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2 - x}{x + 2} \geq 2$  کدام است؟

- (1)  $\mathbb{R} - [-1, 4]$  (2)  $\mathbb{R} - (-1, 4)$  (3)  $(-2, -1) \cup (4, +\infty)$  (4)  $(-2, -1) \cup [4, +\infty)$

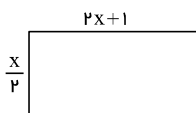
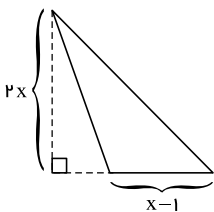
۴۵- مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2$  کدام است؟

- (1)  $[-4, 2]$  (2)  $(-\infty, 4]$  (3)  $[-2, 4]$  (4)  $[-10, 4]$

۴۶- عبارت  $P = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2}$  در چند نقطه تغییر علامت می دهد؟

- (1) ۵ (2) ۱ (3) ۴ (4) ۲

۴۷- در شکل های زیر، اگر مساحت مستطیل از مساحت مثلث حداقل ۵ واحد بزرگ تر باشد، مجموعه مقادیر  $x$  کدام است؟



- (1)  $[4, +\infty)$  (2)  $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}\right]$

- (3)  $\left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$  (4)  $\left[\frac{10}{3}, +\infty\right)$

۴۸- مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{3} \right| \geq \frac{1}{3}$  کدام است؟

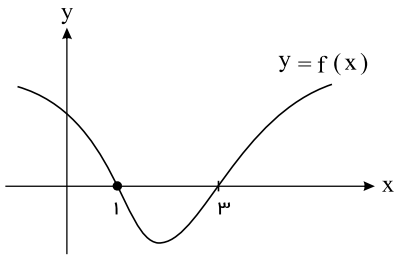
- (1)  $-7 \leq x \leq -3$  (2)  $x \leq -7$  یا  $x \geq -3$  (3)  $x \geq 7$  یا  $x \leq 3$  (4)  $3 \leq x \leq 7$

۴۹- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$ ، در بازه  $(a, b)$  زیر محور  $x$  هاست. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (1) ۵ (2) ۳ (3) ۴ (4) ۲



۵۰- شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  است. اگر عبارت  $A = \frac{xf(x)}{|x^2 - 9|}$  در بازه  $(-1, a)$  همواره منفی باشد، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟



① صفر

② ۱

③ ۳

④ ۲

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

$$x^2 - 2004 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 2004 \Rightarrow -\sqrt{2004} \leq x \leq \sqrt{2004}$$

۲ - گزینه ۱ باتوجه به جدول می بینیم که در  $x = a$ ,  $y = 0$  می شود. پس داریم:

$$(2a + b)a - 6a - 3b = 0 \Rightarrow (2a + b)a = 6a + 3b$$

$$\Rightarrow a(2a + b) = 3(2a + b) \xrightarrow{\div(2a+b)} a = 3$$

از طرفی ضریب  $x$  باید مثبت باشد تا جدول فوق را تشکیل دهد، بنابراین:

$$2a + b > 0 \Rightarrow 6 + b > 0 \Rightarrow b > -6$$

۳ - گزینه ۳

$$y = 3x^2 - 2x + 1 \rightarrow \Delta = 4 - 4(3)(1) = -8$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \begin{matrix} a=3 \\ a>0 \end{matrix} \rightarrow \text{همواره مثبت است} \rightarrow \text{همواره موافق علامت } a$$

۴ - گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} 2p + 1 > 55 &\Rightarrow 2p > 54 \Rightarrow p > 27 \\ 3p - 2 < 85 &\Rightarrow 3p < 87 \Rightarrow p < 29 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 27 < p < 29 \Rightarrow p = 28$$

۵ - گزینه ۴ در یک مثلث همواره مجموع طول دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است.

$$\left. \begin{aligned} (4x - 4) < (x + 7) + (6x) &\Rightarrow 4x - 4 < 7x + 7 \Rightarrow 3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3} \xrightarrow{\text{طول ضلع همواره مثبت است}} x > 0 \\ (x + 7) < (4x - 4) + (6x) &\Rightarrow x + 7 < 10x - 4 \Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9} \\ 6x < (7 + x) + (4x - 4) &\Rightarrow 6x < 5x + 3 \Rightarrow x < 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{11}{9} < x < 3$$

۶ - گزینه ۴ باتوجه به رأس سهمی  $(2, -2)$  و  $(0, 1)$  داریم:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,1)} 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$\xrightarrow{(2,-2)} 4a + 2b + 1 = -2 \Rightarrow 4a + 2b = -3 \quad (I)$$

$$\text{طول رأس: } \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 4a \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} -b + 2b = -3 \Rightarrow \boxed{b = -3}$$

$$-b = 4a \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 1 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4\left(\frac{3}{4}\right)(1) = 9 - 3 = 6$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{\frac{3}{2}} \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{(3+\sqrt{6})}{\frac{3}{2}} = \frac{2(3+\sqrt{6})}{3} \\ x_2 &= \frac{(3-\sqrt{6})}{\frac{3}{2}} = \frac{2(3-\sqrt{6})}{3} \end{aligned} \right.$$

در بین دو ریشه، علامت  $y$  مخالف علامت  $a$ ؛ یعنی منفی است.

۷ - گزینه ۱  $(-6)$  عددی منفی است. اگر دو طرف نامساوی را در  $-6$  ضرب کنیم جهت نامساوی عوض می شود.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3} \times (-6) &\rightarrow -\frac{1}{2}(-6) > -6x \geq \frac{2}{3}(-6) \Rightarrow 3 > -6x \geq -4 \xrightarrow{+1} 4 > 1 - 6x \geq -3 \\ \Rightarrow 1 - 6x &\in [-3, 4) \end{aligned}$$

۸ - گزینه ۱

$$3 - \frac{x}{2} > 1 \Rightarrow 2 > \frac{x}{2} \Rightarrow x < 4$$

فقط دو عدد اول ۲ و ۳ از ۴ کوچکترند.



۹ - گزینه ۳

$$3x - 3 < 2x - 2 < x - 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 3 < 2x - 2 \Rightarrow x < 1 \\ 2x - 2 < x - 1 \Rightarrow x < 1 \end{cases} \Rightarrow x < 1$$

۱۰ - گزینه ۳

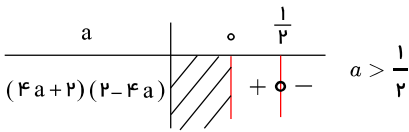
$$\left. \begin{aligned} x \geq 2 \Rightarrow |x-2| = x-2 \Rightarrow 1 \leq x-2 \leq 7 \Rightarrow 3 \leq x \leq 9 \\ x < 2 \Rightarrow |x-2| = 2-x \Rightarrow 1 \leq 2-x \leq 7 \Rightarrow -1 \leq -x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x \leq 1 \end{aligned} \right\} \cup \rightarrow -5 \leq x \leq 1 \text{ یا } 3 \leq x \leq 9$$

۱۱ - گزینه ۱ می‌دانیم حاصل یک عبارت درجه‌ی ۲ وقتی همواره مثبت است که  $\Delta$  منفی باشد و ضریب  $x^2$  نیز مثبت باشد.

$$ax^2 + 2x + 4a > 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow 2^2 - 4 \times a \times 4a < 0 \Rightarrow 4 - 16a^2 < 0 \Rightarrow (2 + 4a)(2 - 4a) < 0 \end{cases}$$

با فرض  $a > 0$  عبارت  $(2 + 4a)(2 - 4a)$  را تعیین علامت می‌کنیم.

$$(2 + 4a)(2 - 4a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 + 4a = 0 \Rightarrow 2 = -4a \Rightarrow a = \frac{-1}{2} \\ 2 - 4a = 0 \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$



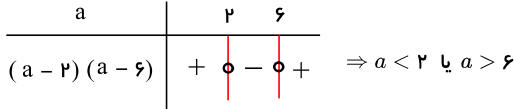
۱۲ - گزینه ۱ اگر یک معادله‌ی درجه ۲ دارای ریشه‌های متمایز باشد، آنگاه  $\Delta > 0$  است:

$$2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 \times 2 \times (a - \frac{3}{2}) = a^2 - 8a + 12$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 8a + 12 > 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 6) > 0$$

برای  $(a - 2)(a - 6)$  جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم.

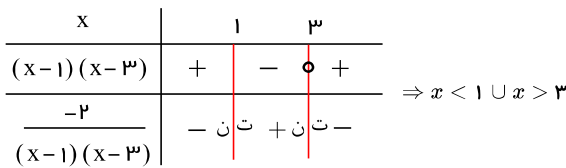
$$(a - 2)(a - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ a - 6 = 0 \Rightarrow a = 6 \end{cases}$$



۱۳ - گزینه ۳

$$\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} > 0 \Rightarrow \frac{x-3}{(x-1)(x-3)} - \frac{(x-1)}{(x-1)(x-3)} > 0$$

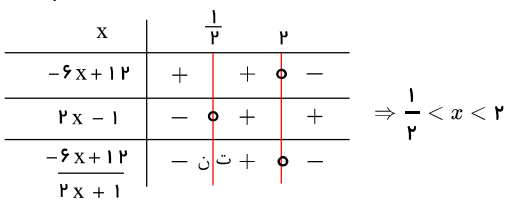
$$\Rightarrow \frac{x-3-x+1}{(x-1)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)(x-3)} > 0$$



۱۴ - گزینه ۳

$$\frac{4x+7}{2x-1} > 5 \Rightarrow \frac{4x+7}{2x-1} - 5 > 0 \Rightarrow \frac{4x+7-5(2x-1)}{2x-1} > 0 \Rightarrow \frac{4x+7-10x+5}{2x-1} > 0 \Rightarrow \frac{-6x+12}{2x-1} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6x+12 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



۱۵ - گزینه ۴

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8} > \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3} \Rightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+4)} > \frac{(x-2)(x+1)}{(x-3)(x+1)} \Rightarrow \frac{(x-3)}{(x+4)} - \frac{(x-2)}{(x-3)} > 0$$



$$\Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 9}{(x+4)(x-3)} - \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+4)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{-8x + 17}{(x+4)(x-3)} > 0$$

x	-4	$\frac{17}{8}$	3	
-8x+17	+	+	-	-
(x+4)(x-3)	+	-	-	+
$\frac{-8x+17}{(x+4)(x-3)}$	+	-	+	-

$\Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (\frac{17}{8}, 3)$

۱۶ - گزینه ۱

$$x^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow (x+2)(x-2) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

x	-2	2	
x+2	-	+	+
x-2	-	-	+
کل	+	-	+

$\Rightarrow x \in [-2, 2]$

$$\frac{1}{x} \geq 3 \rightarrow \frac{1-3x}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 1-3x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3} \\ x=0 \end{cases}$$

x	0	$\frac{1}{3}$	
1-3x	+	+	-
x	-	+	+
کل	-	+	-

$\Rightarrow x \in (0, \frac{1}{3}]$

$$[-2, 2] \cap (0, \frac{1}{3}] = (0, \frac{1}{3}]$$

۱۷ - گزینه ۲

$$(I) \quad x > 2 \Rightarrow x - 2 > 0 \Rightarrow |x - 2| = x - 2$$

$$x^2 - 2x < |x - 2| \Rightarrow x^2 - 2x < x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

x	1	2	
(x-1)(x-2)	+	-	+

$\Rightarrow \left. \begin{matrix} x \geq 2 \\ 1 < x < 2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\cap} \emptyset$

$$(II) \quad x < 2 \Rightarrow x - 2 < 0 \Rightarrow |x - 2| = -(x - 2)$$

$$x^2 - 2x < |x - 2| \Rightarrow x^2 - 2x < -(x - 2) \Rightarrow x^2 - 2x < -x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2) < 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

x	-1	2	
(x+1)(x-2)	+	-	+

$\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x < 2 \\ -1 < x < 2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\cap} -1 < x < 2$

$$I \cup II : (-1, 2) \cup \emptyset = (-1, 2)$$

۱۸ - گزینه ۴

$$|x^2 - 2x| < x \xrightarrow{\text{توان } 2} (x^2 - 2x)^2 < x^2 \Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 < x^2$$

$$\Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 < x^2 \Rightarrow x^2(x^2 - 4x + 4) < 0 \Rightarrow x^2(x-2)^2 < 0$$





x	0	1	3	
$x^2$	+	+	+	
$(x-1)(x-3)$	+	-	+	$\Rightarrow x \in (1, 3)$
کل	+	-	+	

۱۹ - گزینه ۳

$$\left| \frac{2x-3}{x+2} \right| < 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-3}{x+2} < 1 \Rightarrow \frac{x-5}{x+2} < 0 & (I) \\ \frac{2x-3}{x+2} > -1 \Rightarrow \frac{3x-1}{x+2} > 0 & (II) \end{cases}$$

x	-2	5	
$x-5$	-	-	+
$x+2$	-	+	+
کل	+	-	+

$\Rightarrow x \in (-2, 5)$

x	-2	$\frac{1}{3}$	
$3x-1$	-	-	+
$x+2$	-	+	+
کل	+	-	+

$\Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1}{3}, \infty)$

$(I), (II) \rightarrow (\frac{1}{3}, 5)$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < 5 \xrightarrow{\times 3} 1 < 3x < 15 \xrightarrow{-8} -7 < 3x-8 < 7 \Rightarrow |3x-8| < 7$$

۲۰ - گزینه ۲

$$-2 - \frac{x}{4} < \frac{1+x}{3} \Rightarrow \frac{1+x}{3} + \frac{x}{4} > -2$$

$$\Rightarrow \frac{4+4x+3x}{12} > -2 \Rightarrow 7x+4 > -24$$

$$\Rightarrow 7x > -28 \Rightarrow x > -4 \xrightarrow[\text{منفی}]{\div 7} x \in \{-1, -2, -3\}$$

سه عدد صحیح منفی در معادله صدق می کند.

۲۱ - گزینه ۴ چون  $x = -1$  ریشه معادله است، پس در معادله صدق می کند:

$$\begin{aligned} (m^2-2)(-1)^2 + (m+1)(-1) + 2m-3 &= 0 \\ \Rightarrow m^2-2-m-1+2m-3 &= 0 \Rightarrow m^2+m-6 &= 0 \Rightarrow (m+3)(m-2) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} m+3=0 \Rightarrow m=-3 \\ m-2=0 \Rightarrow m=2 \end{cases} \end{aligned}$$

حال با هر دو مقدار  $m$  معادله را تشکیل می دهیم:

$$m = -3 \Rightarrow ((-3)^2 - 2)x^2 + (-3+1)x + 2(-3) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 7x^2 - 2x - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \times 7 \times (-9) = 4 + 252 = 256$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{256}}{14} = \frac{2 \pm 16}{14} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2+16}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7} \\ x_2 = \frac{2-16}{14} = \frac{-14}{14} = -1 \end{cases}$$

$$m = 2 \Rightarrow (2^2 - 2)x^2 + (2+1)x + 2 \times 2 - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$$



$$\Rightarrow \Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \\ x = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

پس ریشه دوم معادله  $\frac{9}{7}$  یا  $\frac{-1}{2}$  است.

۲۲ - گزینه ۱

$$f(x) > -1 \Rightarrow 2x^2 + (m-1)x + 1 > -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (m-1)x + 2 > 0$$

$$2x^2 + (m-1)x + 2 > 0$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \\ a > 0 \Rightarrow 2 > 0 \checkmark \end{cases}$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow \boxed{-3 < m < 5}$$

m	-3	5
m-5	-	+
m+3	-	+
(m-5)(m+3)	+	-

۲۳ - گزینه ۱

$$\frac{|2x-3|}{|x+2|} \leq 2 \xrightarrow{\times|x+2|} |2x-3| \leq 2|x+2| \xrightarrow{(\ )^2} (2x-3)^2 \leq 4(x+2)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 4x^2 + 16x + 16 \Rightarrow -28x \leq 7 \xrightarrow{\div(-28)} x \geq -\frac{7}{28}$$

$$\Rightarrow x \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow x = [-\frac{1}{4}, +\infty) \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$$

$$\boxed{|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a}$$

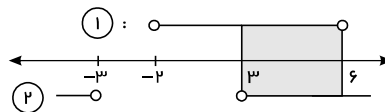
$$\boxed{|x| < a \xrightarrow{a>0} -a < x < a}$$

۲۴ - گزینه ۲

$$|x-2| < 2 \Rightarrow -2 < x-2 < 2 \xrightarrow{+2} 0 < x < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$

حال دو نامعادله  $|x-2| < 4$  و  $|x-0| > 3$  را حل می‌کنیم و اشتراک جواب‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} |x-2| < 4 \Rightarrow -4 < x-2 < 4 \xrightarrow{+2} -2 < x < 6 & (1) \\ |x| > 3 \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \text{یا} \\ x < -3 \end{cases} & (2) \end{cases}$$



اشتراک = (3, 6)

۲۵ - گزینه ۲

$$(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ ریشه مضاعف:}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$(-x^2+x)^2 = 0 \Rightarrow -x^2+x=0 \Rightarrow x(-x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \text{ ریشه‌های مخرج}$$

x	-2	0	1	2
(x+2)^2	+	+	+	+
x^2-3x+2	+	+	-	+
(-x^2+x)^2	-	-	+	-
P(x)	-	ن	ت	ت

$$\text{مجموعه جواب} = (0, 1) \cup (1, 2) \cup \{-2\}$$



۲۶ - گزینه ۴ اگر  $\frac{\Delta}{4a}$  باشد،  $\Delta$  و  $a$  هم علامت نیستند:

۱)  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow$  چند جمله‌ای همواره مثبت است.

۲)  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

در این حالت  $P(x)$  دو ریشه دارد؛ یعنی  $P(x)$  تغییر علامت می‌دهد؛ پس علامت  $P(x)$  به علامت  $a$  بستگی دارد.

۲۷ - گزینه ۱

عبارت درجه دوم  $P(x) = ax^2 + bx + c$  به ازای  $a > 0, \Delta < 0$  همواره مثبت است.

عبارت  $x^2 + x + 1$  همواره مثبت است؛ چون در این عبارت  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  است؛ پس می‌توان مخارج‌ها را نادیده گرفت، بدون آنکه جهت نامعادله عوض شود:

$$|3x - 2| \leq 5 \rightarrow -5 \leq 3x - 2 \leq 5 \xrightarrow{+2} -3 \leq 3x \leq 7$$

$$\xrightarrow{\div 3} -1 \leq x \leq \frac{7}{3} \rightarrow x \in \left[-1, \frac{7}{3}\right]$$

۲۸ - گزینه ۴

$$y = ax - b \Rightarrow \begin{cases} (0,3) \rightarrow 3 = 0 \times x - b \Rightarrow b = -3 \\ (-1,0) \rightarrow 0 = -a - b \xrightarrow{b=-3} a = 3 \end{cases}$$

$$P(x) = \frac{(ax+b)(2x+3)}{(-x+2)} = \frac{(3x-3)(2x+3)}{(-x+2)}$$

$$\begin{cases} 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ -x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

	$-\frac{3}{2}$	1	2	
$3x-3$	-	-	+	+
$2x+3$	-	+	+	+
$-x+2$	+	+	+	-
$P(x)$	+	-	+	-

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (1, 2)$$

تنها گزینه‌ای که در بازه بالا قرار دارد گزینه ۴ است.

۲۹ - گزینه ۳

می‌دانیم: در عبارت  $ax^2 + bx + c$  هرگاه  $\Delta < 0$  باشد، علامت عبارت موافق علامت  $a$  است.

برای تعیین کل عبارت، ابتدا هر یک از پرانتزها را تعیین علامت می‌کنیم.

همواره منفی  $-x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = -3 < 0 \Rightarrow$

همواره مثبت  $x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = -11 < 0 \Rightarrow$

$$\frac{\overbrace{(x+2)(-x^2+x-1)}^{\text{منفی}}}{\underbrace{x^2+x+3}_{\text{مثبت}}} > 0 \Rightarrow (x+2) < 0 \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x \in (-\infty, -2)$$

بازه  $(-\infty, -2)$  تنها شامل دو عدد منفی  $\{-2, -1\}$  نیست.

۳۰ - گزینه ۲

می‌دانیم:  $|x| > a \Rightarrow x > a$  یا  $x < -a$  ,  $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$

$$||x| - 2| < 3 \Rightarrow -3 < |x| - 2 < 3$$

$$I = |x| - 2 < 3 \Rightarrow |x| < 5 \Rightarrow -5 < x < 5$$

$$II: -3 < |x| - 2 \Rightarrow |x| > -1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$I \cap II: -5 < x < 5: x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \rightarrow$$
 عدد صحیح ۹

۳۱ - گزینه ۴

می‌دانیم:  $|x| > a \Rightarrow x > a$  یا  $x < -a$  ,  $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$



$$\underbrace{-1 \leq \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| < 3}_{(II)}$$

$$I = -1 \leq \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \xrightarrow{\text{درمطلق همواره مثبت}} x \in \mathbb{R}$$

$$II: \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| < 3 \Rightarrow -3 < \frac{x-1}{2} - 1 < 3 \Rightarrow -2 < \frac{x-1}{2} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < x-1 < 8 \Rightarrow -3 < x < 9 \Rightarrow x \in (-3, 9)$$

$$I \cap II: \mathbb{R} \cap (-3, 9) = (-3, 9) \Rightarrow (a, b) = (-3, 9) \Rightarrow \max(b-a) = 9 - (-3) = 12$$

۳۲ - گزینه ۱

می‌دانیم:

$$|x| > a \Rightarrow \begin{cases} x > a \\ \text{یا} \\ x < -a \end{cases}$$

$$|x-a| \geq 2b \Rightarrow \begin{cases} x-a \geq 2b \Rightarrow x \geq a+2b \Rightarrow x \in [a+2b, +\infty) \\ x-a \leq -2b \Rightarrow x \leq -2b+a \Rightarrow x \in (-\infty, 2b+a] \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+2b=6 \\ a-2b=3 \end{cases}$$

$$2a=9 \Rightarrow a=4,5 \Rightarrow 4,5-2b=3 \Rightarrow 2b=1,5 \Rightarrow b=0,75$$

$$a+b=4,5+0,75=5,25$$

۳۳ - گزینه ۳

می‌دانیم:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \rightarrow |2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & x \geq \frac{1}{2} \quad (I) \\ -2x+1 & x < \frac{1}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$I = \frac{|2x-1|}{3x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{2x-1}{3x+2} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x-2}{3x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x-3}{3x+2} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x-3=0 \Rightarrow x=-3 \\ 3x+2=0 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

		$-\frac{2}{3}$		$-\frac{1}{3}$	
$-x-3$	+	o	-		-
$3x+2$	-		-	o	+
$\frac{-x-3}{3x+2}$	-	o	+	o	-

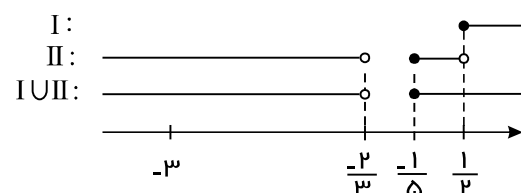
$$x \in (-\infty, -3) \cup \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right) \xrightarrow{x > \frac{1}{2}} x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$II: \frac{|2x-1|}{3x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{-2x+1}{3x+2} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{-2x+1-3x-2}{3x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-5x-1}{3x+2} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5x-1=0 \Rightarrow -5x=1 \Rightarrow x=-\frac{1}{5} \\ 3x+2=0 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

		$-\frac{2}{3}$		$-\frac{1}{5}$	
$-5x-1$	+		+	o	-
$3x+2$	-	o	+		+
$\frac{-5x-1}{3x+2}$	-	o	+	o	-

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left[-\frac{1}{5}, +\infty\right) \xrightarrow{x < \frac{1}{2}} x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left[-\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$$



$$I \cup II = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$



۳۴ - گزینه ۲

می‌دانیم:  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$  عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  همواره مثبت است هرگاه  
 $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$  عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی است هرگاه

$A > 0 \Rightarrow kx^2 + 3x + 3 > 0$

$B < 0 \Rightarrow -3x^2 - kx - k < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow -3 < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow k^2 - 4(-3)(-k) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \Rightarrow k > 0 \text{ (I)} \\ \Delta < 0 \Rightarrow 16 - 4(k)(3) < 0 \Rightarrow 16 - 12k < 0 \Rightarrow 16 < 12k \Rightarrow k > \frac{4}{3} \text{ (II)} \end{cases}$

$\Rightarrow k^2 - 12k < 0 \Rightarrow k(k - 12) < 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 12 \end{cases}$

	0	12	
$k^2 - 12k$	+	-	+

$\Rightarrow 0 < k < 12 \text{ (III)}$

$I \cap II \cap III : k \in (\frac{4}{3}, 12)$

۳۵ - گزینه ۱

$\frac{-2x^2 + x - 1}{2x^2 - x - 3} \geq 0$   
 همواره منفی:  $\begin{cases} \Delta = 1 - 4(-2)(-1) = -7 < 0 \\ a = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow -2x^2 + x - 1 = 0$   
 $\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{1 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5}{4} = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1-5}{4} = -1 \end{cases} \end{cases}$

	-1	$\frac{3}{2}$	
$-2x^2 + x - 1$	-	-	-
$2x^2 - x - 3$	+	-	+
$\frac{-2x^2 + x - 1}{2x^2 - x - 3}$	-	+	-

$\Rightarrow x \in (-1, \frac{3}{2})$

اعداد صحیح موجود در بازه جواب ۰ و ۱ هستند. یعنی ۲ تا

۳۶ - گزینه ۲

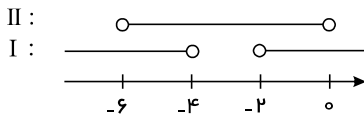
می‌دانیم:  $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$   
 $|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$

$||x + 3| - 2| < 1 \Rightarrow -1 < |x + 3| - 2 < 1$

$\Rightarrow 1 < |x + 3| < 3$

$I = |x + 3| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 1 \Rightarrow x > -2 \\ x + 3 < -1 \Rightarrow x < -4 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (-2, +\infty)$

$II = |x + 3| < 3 \Rightarrow -3 < x + 3 < 3 \Rightarrow -6 < x < 0 \Rightarrow x \in (-6, 0)$



$I \cap II : (-6, -4) \cup (-2, 0)$

۳۷ - گزینه ۲

می‌دانیم:  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$  عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  همواره مثبت است هرگاه  
 $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$  عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی است هرگاه

$(-x^2 + 2x - 2)(x^2 - 3x + 2) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(-1)(-2) < 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases}$



	1	2	
$-x + 2x - 2$	-	-	-
$x^2 - 3x + 2$	+	○	+
$(-x + 2x - 2)(x^2 - 3x + 2)$	-	○	-

$\Rightarrow x \in [1, 2]$

۳۸ - گزینه ۱

می‌دانیم:

$\Delta < 0$	عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه
$a > 0$	
$\Delta < 0$	عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه
$a < 0$	

$$\frac{x^2 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x^2 - x + 2 - 2x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x}{x^2 - x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 - x + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ جواب ندارد} \\ x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(1) = -3 < 0 \end{cases}$$

x	-	○	+
$x^2 + 1$	+		+
$x^2 - x + 1$	+		+
$\frac{x(x^2 + 1)}{x^2 - x + 1}$	-	○	+

$\Rightarrow x \in [0, +\infty)$

۳۹ - گزینه ۴

$$ax + 3 = 0 \Rightarrow ax = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{a} \xrightarrow{a > 0} x = -\frac{3}{a} < 0$$

$$2x - b = 0 \Rightarrow 2x = b \Rightarrow x = \frac{b}{2} \xrightarrow{b > 0} x = \frac{b}{2} > 0$$

با رسم جدول تعیین علامت داریم:

	$-\frac{3}{a}$	$\frac{b}{2}$	
$ax + 3$	-	○	+
$2x - b$	-	-	○
$\frac{ax + 3}{2x - b}$	+	○	-

ت.ن

باتوجه به جدول بالا مقدار عبارت موردنظر تنها در بازه  $-\frac{3}{a} < x < \frac{b}{2}$  کم‌تر از صفر است، پس داریم:

$$\begin{cases} -\frac{3}{a} < x < \frac{b}{2} \\ \frac{-1}{3} < x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-3}{a} = \frac{-1}{3} \Rightarrow a = 9 \\ \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 36$$

۴۰ - گزینه ۳

$$-2 < \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{1-x}{2} \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 1-x \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq -x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

۴۱ - گزینه ۲

$$\frac{x^2 - 2x^2 + x^2}{x^2 - 5x + 6} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x^2 - 2x + 1)}{(x-3)(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

	0	1	2	3
$x^2$	+ ○ +	+	+	+
$(x-1)^2$	+	+ ○ +	+	+
$(x-3)^2$	-	-	-	- ○ +
$(x-2)^2$	-	-	- ○ +	+
$\frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)}$	+ ○ +	+ ○ +	+ ○ -	+ ○ -

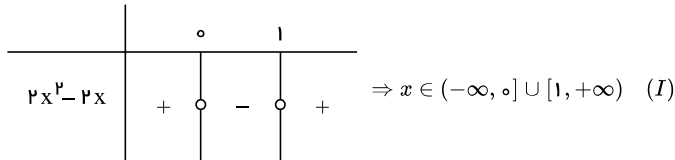
$x \in \{0, 1\} \cup \{2, 3\}$ : اعداد طبیعی

۴۲ - گزینه ۲

$$x - 3 \leq 2x^2 - x - 3 \leq 5x - 1$$

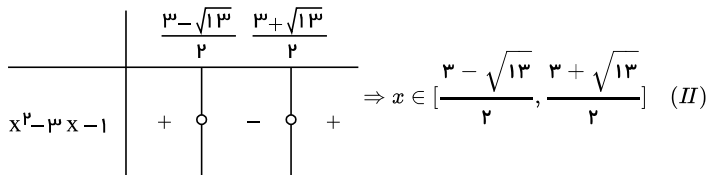
$$(I): x - 3 \leq 2x^2 - x - 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 - x + 3 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x \geq 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$



$$(II): 2x^2 - x - 3 \leq 5x - 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 - 5x + 1 \leq 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 1 \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4(1)(-1) = 9 + 4 = 13 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{13} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$



$$(I) \wedge (II): \left[ \frac{3 - \sqrt{13}}{2}, 0 \right] \cup \left[ 1, \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right]: 4 \text{ عدد صحیح } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ در این مجموعه جواب قرار دارد.}$$

۴۳ - گزینه ۳

تابع در اطراف ریشه‌های ساده و مکرر مرتبه فرد، تغییر علامت می‌دهد. می‌دانیم: و در اطراف ریشه‌های مضاعف و مکرر مرتبه زوج، تغییر علامت نمی‌دهد.

بنابراین  $x = -2$  ریشه مضاعف و  $x = 1$  ریشه ساده است و داریم:

$$y = (x+2)^2(x-1) = (x^2 + 4x + 4)(x-1) = x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 4x - 4$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

۴۴ - گزینه ۴

$$\frac{x^3 - x}{x+2} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^3 - x}{x+2} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - x - 2x - 4}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^3 - 3x - 4}{x+2} \geq 0$$



$$\Rightarrow \frac{(x+1)(x-4)}{(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

	-2	-1	4	
$(x+1)(x-4)$	+	+	-	+
$x+2$	-	0	+	+
$\frac{(x+1)(x-4)}{(x+2)}$	-	+	0	+

$\Rightarrow x \in (-2, -1] \cup [4, +\infty)$

۴۵ - گزینه ۳

$$\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{|x-1|}{3} + 1 \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq \frac{|x-1|}{3} \leq 1 \Rightarrow -9 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow |x-1| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x-1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [-2, 4]$$

۴۶ - گزینه ۲

$$P = \frac{x^2 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2} = \frac{x^2(x+2) - (x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{(x+2)(x^2-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{(x+2)(x-1)(x+1)}{(x+2)(x-1)}$$

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

	-2	-1	1	
P	-	+	-	+

۴۷ - گزینه ۴

$$S_{\square} - S_{\Delta} \geq 5 \Rightarrow \frac{x}{2}(2x+1) - \frac{2x(x-1)}{2} \geq 5 \Rightarrow 2x^2 + x - 2x^2 + 2x \geq 10$$

$$\Rightarrow 3x \geq 10 \Rightarrow x \geq \frac{10}{3}$$

$|u| \geq a \xrightarrow{a>0} \begin{cases} u \geq a \\ u \leq -a \end{cases}$

۴۸ - گزینه ۲ می‌دانیم:

$$\left| \frac{3x-3-4x-2}{6} \right| \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \left| \frac{-x-5}{6} \right| \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-x-5}{6} \geq \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 6} -x-5 \geq 2 \Rightarrow -x \geq 7 \Rightarrow x \leq -7 \\ \frac{-x-5}{6} \leq -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 6} -x-5 \leq -2 \Rightarrow -x \leq 3 \Rightarrow x \geq -3 \end{cases}$$

۴۹ - گزینه ۲

$$f(x) < 0 \Rightarrow x^2 - 4x^2 - x + 4 < 0 \Rightarrow x^2 - 4x^2 - (x-4) < 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-4) - (x-4) < 0 \Rightarrow (x^2-1)(x-4) < 0$$

x	-1	1	4	
$x^2-1$	+	0	-	+
$x-4$	-	-	0	+
$f(x)$	-	+	-	+

$\Rightarrow x \in (1, 4) \rightarrow 4-1=3$





$$\frac{xf(x)}{|x^2-9|} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \Rightarrow x = 1, 3 \\ x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

	$-\infty$	$-3$	$0$	$1$	$3$	$+\infty$	
x	-	-	○	+	+	+	
f(x)	+	+	+	○	-	○	+
$ x^2-9 $	+	○	+	+	+	○	+
A		-	○	+	○	-	+

$\Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (1, 3)$

$$(-1, a) \in (-\infty, 0) \cup (1, 3) \Rightarrow a = 0$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۹ - ۳	۱۷ - ۲	۲۵ - ۲	۳۳ - ۳	۴۱ - ۲	۴۹ - ۲
۲ - ۱	۱۰ - ۳	۱۸ - ۴	۲۶ - ۴	۳۴ - ۲	۴۲ - ۲	۵۰ - ۱
۳ - ۳	۱۱ - ۱	۱۹ - ۳	۲۷ - ۱	۳۵ - ۱	۴۳ - ۳	
۴ - ۳	۱۲ - ۱	۲۰ - ۲	۲۸ - ۴	۳۶ - ۲	۴۴ - ۴	
۵ - ۴	۱۳ - ۳	۲۱ - ۴	۲۹ - ۳	۳۷ - ۲	۴۵ - ۳	
۶ - ۴	۱۴ - ۳	۲۲ - ۱	۳۰ - ۲	۳۸ - ۱	۴۶ - ۲	
۷ - ۱	۱۵ - ۴	۲۳ - ۱	۳۱ - ۴	۳۹ - ۴	۴۷ - ۴	
۸ - ۱	۱۶ - ۱	۲۴ - ۲	۳۲ - ۱	۴۰ - ۳	۴۸ - ۲	