

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی دهم تجربی

دبیر: آقای حدادی



فاخران

۱ کدام یک از معادلات زیر، دو جواب حقیقی دارد؟

۴  $2mx^2 + 3x - m = 0$

۳  $2x^2 - mx - m = 0$

۲  $3x^2 - mx + 4 = 0$

۱  $mx^2 + 2x + 1 = 0$

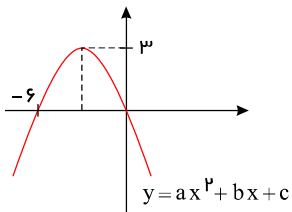
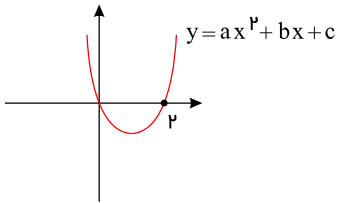
۲ باتوجه به سهمی روبرو، مقدار  $2a$  کدام است؟

۱  $b$

۲  $-b$

۳  $\frac{b}{c}$

۴  $\frac{c}{b}$



۳ باتوجه به سهمی روبرو، حاصل عبارت  $\frac{-\sqrt{b^2}}{a}$  کدام است؟

۱  $-1$

۲  $2$

۳  $-4$

۴  $6$

۴ جواب‌های کدام معادله به صورت  $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$  است؟

۱  $x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0$

۲  $x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$

۳  $2x^2 - 2x + 1 = 0$

۴  $4x^2 - 2x + 1 = 0$

۵ دو برابر مقدار مثبتی از ثلث مربع آن مقدار ۹ واحد کمتر است. آن مقدار کدام است؟

۱  $9$

۲  $12$

۳  $15$

۴  $18$

۶ در معادله  $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$  حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

۱  $\frac{1}{2}$

۲  $\frac{2}{3}$

۳  $1$

۴  $2$

۷ مجموع همی مقادیر  $a$  که به ازای آن‌ها معادله  $(a-1)x^2 + (a-8)x + a + 7 = 0$  ریشه مضاعف دارد کدام است؟

۱  $4\frac{1}{3}$

۲  $-\frac{40}{3}$

۳  $2$

۴  $1$

۸ در معادله  $(x-\alpha)^2 = \beta^2$  مجموع مربعات جواب‌ها کدام است؟

۱  $\alpha^2 + \beta^2$

۲  $\alpha^2 - \beta^2$

۳  $2(\alpha^2 - \beta^2)$

۴  $2(\alpha^2 + \beta^2)$

۹ مجموع جواب‌های حقیقی معادله  $x^4 + x^3 + x^2 + x = 0$  کدام است؟

۱ صفر

۲  $-1$

۳  $1$

۴  $2$

۱۰ عددی دو برابر عددی دیگر و مربع آن برابر مکعب عدد دیگر است. میانگین این دو عدد کدام است؟

۱  $12$

۲  $8$

۳  $6$

۴  $4$

۱۱ معادله محور تقارن یک سهمی به صورت  $x = 3$  است. می‌دانیم این سهمی محور  $x$ ها را در دو نقطه قطع می‌کند که مختصات یکی از آن‌ها

$(8, 0)$  است. مختصات نقطه‌ی دیگر کدام است؟

۱  $(-1, 0)$

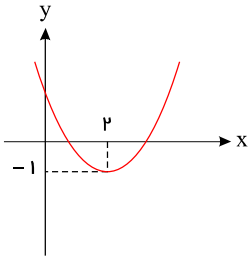
۲  $(-2, 0)$

۳  $(-3, 0)$

۴  $(-4, 0)$

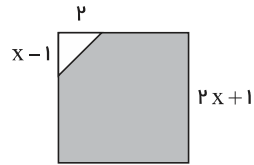
۱۲) نمودار سهمی به معادله  $y = 2x^2 - 8x + 1$  از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- اول ۱) دوم ۲) سوم ۳) چهارم ۴)



۱۳) اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار سهمی  $y = x^2 + ax + b$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) -۴ ۳) ۱ ۴) -۱



۱۴) اگر مساحت قسمت رنگی از مربع زیر برابر با ۲۴ سانتی‌متر مربع باشد،  $x$  چند سانتی‌متر است؟

- ۱)  $\frac{3}{2}$  ۲)  $\frac{11}{4}$  ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵) اگر یکی از جواب‌های معادله  $(m-1)x^2 - x - (m^2+1) = 0$  برابر  $-2$  باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- ۱) ۲ ۲)  $\frac{5}{2}$  ۳)  $-\frac{3}{2}$  ۴) ۱

۱۶) جذر مجموع مربعات ریشه‌های معادله  $x^2 - 8x + 4 = 0$  کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{14}$  ۲)  $3\sqrt{6}$  ۳)  $2\sqrt{14}$  ۴)  $4\sqrt{3}$

۱۷) اگر  $a, b, c$  جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن گاه  $f(x) = ax^2 + 2bx + c$  محور  $x$ ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱) در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند. ۲) قطع نمی‌کند. ۳) بر محور  $x$ ها مماس است. ۴) هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۱۸) نمودار تابع درجه دوم  $y = ax^2 + 2bx + 4$  محور  $x$ ها را در دو نقطه با طول‌های  $-3$  و  $5$  قطع کرده است. طول رأس این سهمی کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) -۴ ۴) -۱

۱۹) اختلاف سن دو برادر با یکدیگر ۷ سال است. اگر پنج سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۱۴۴ شود، سن برادر کوچک‌تر کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۶

۲۰) معادله‌ی درجه دوم  $2x^2 - 8x - 1 = 0$ ، پس از مربع کامل کردن به صورت  $a(x-x_0)^2 + y_0 = 0$  درآمده است. حاصل  $x_0 + y_0$  چقدر است؟

- ۱) ۷ ۲) -۱۱ ۳) ۱۱ ۴) -۷

۲۱) اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  روی محور  $xy$ ها و  $ac < 0$  باشد، مجموع طول نقاط برخورد سهمی و محور  $x$ ها کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{-\frac{c}{a}}$  ۲) صفر ۳)  $\sqrt{\frac{-c}{a}}$  ۴)  $-\frac{c}{a}$

۲۲) حاصل جمع طول و عرض رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + \frac{35}{4a}$  برابر صفر است. مجموع مقادیر ممکن برای  $b$  کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۲۳) اگر سهمی  $y = ax^2 - bx + c$  محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض  $-\frac{4}{b}$  و محور طول‌ها را فقط در نقطه‌ای به طول  $-2$  قطع کند،  $a$  کدام است؟ (سهمی پایین محور  $x$ ها قرار دارد).

- ۱)  $-\frac{1}{2}$  ۲)  $\frac{1}{2}$  ۳) -۲ ۴)  $-\frac{1}{4}$

۲۴) اگر  $(2, 5)$  و  $(-1, 20)$  دو نقطه از یک سهمی و  $x = 1$  خط تقارن آن باشد، این سهمی در نقطه‌ای با کدام عرض محور  $y$ ها را قطع می‌کند؟

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۵) اگر رأس نمودار سهمی با ضابطه  $y = mx^2 + 2x + 3$  بر خط  $y = 2$  واقع باشد و دهانه این سهمی به سمت پایین باز شود، آنگاه طول رأس سهمی کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) چنین سهمی‌ای وجود ندارد.

۲۶) اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۵ سال است. اگر ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۳۰۰ شود، ۱۰ سال بعد مجموع سن دو برادر کدام است؟

- ۱) ۴۵      ۲) ۴۰      ۳) ۵۵      ۴) ۵۰

۲۷) اگر در حل معادله  $13 = 2x(4x - 3)$  به روش مربع کامل، آن را به شکل  $(x - a)^2 = b$  بازنویسی کنیم، حاصل  $\frac{b}{a^2}$  کدام است؟

- ۱) ۱۲      ۲)  $\frac{113}{9}$       ۳) ۱۴      ۴)  $\frac{130}{9}$

۲۸) نمودار سهمی به معادله  $y = a^2x^2 + bx - c^2$  محور  $x$  ها را در نقاطی به طول ۲ و ۳ - قطع می‌کند. اگر این سهمی از نقطه  $(3, 3)$  عبور کند، فاصله رأس سهمی از نقطه  $(\frac{1}{p}, -\frac{1}{q})$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲)  $2\sqrt{2}$       ۳) ۳      ۴)  $\sqrt{10}$

۲۹) اگر ریشه‌های معادله  $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 2 = 0$  باهم برابر باشند، مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۱)  $-\frac{1}{2}$       ۲) صفر      ۳) ۲      ۴) -۷

۳۰) اگر خط  $y = 3x$  بر سهمی  $y = x^2 + mx + 1$  مماس باشد،  $m$  کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

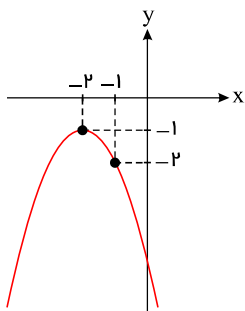
۳۱) معادله  $(x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 12 = 0$  چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۳۲) نقطه  $A(-1, -4)$  رأس سهمی به معادله  $y = 3x^2 + ax + b + 8$  است، این سهمی محور  $y$  ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱) -۳      ۲) -۲      ۳) -۱      ۴) ۲

۳۳) معادله سهمی شکل زیر کدام است؟



۱)  $y = -x^2 - 4x - 3$

۲)  $y = -x^2 + 4x - 5$

۳)  $y = -x^2 - 4x - 5$

۴)  $y = -4x^2 - 4x - 3$

۳۴) اگر قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله  $(x - 2)^2 = (k - 1)^2$  برابر ۸ باشد، آن گاه حاصل ضرب مقادیر مختلف  $k$  کدام است؟

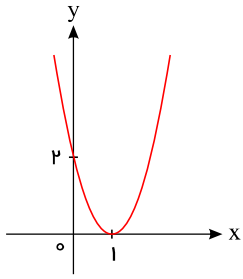
- ۱) ۲      ۲) -۳      ۳) -۴      ۴) -۱۶

۳۵) اگر معادله درجه دوم  $x(x + 3) = -3a$  جواب حقیقی نداشته باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- ۱)  $a > \frac{3}{4}$       ۲)  $a < \frac{3}{4}$       ۳)  $a > -\frac{3}{4}$       ۴)  $a < \frac{9}{4}$

۳۶) طول یک مستطیل، ۳ سانتی‌متر بیش‌تر از ۲ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد، محیط این مستطیل چند سانتی‌متر است؟

- ۱) ۱۸      ۲) ۲۴      ۳) ۲۱      ۴) ۲۷



۳۷) اگر منحنی سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل زیر باشد، حاصل  $abc$  کدام است؟

- ۱) ۸  
۲) ۱۶  
۳) -۱۶  
۴) -۸

۳۸) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، نمودار سهمی  $y = mx^2 - x^2 + m + 2\sqrt{2}x$  از نواحی اول و دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱)  $m < 1$   
۲)  $m \geq 2$   
۳)  $m \leq -1$   
۴)  $m \leq -1$  یا  $m \geq 2$

۳۹) مقادیر  $a$  کدام باشد تا نمودار سهمی  $y = (2a + 1)x^2 - 4x + 1$  پایین‌تر از محور  $x$  ها قرار نگیرد؟

- ۱)  $(-\infty, \frac{3}{4}]$   
۲)  $(-\infty, -\frac{1}{4}]$   
۳)  $[\frac{3}{4}, +\infty)$   
۴)  $(-\frac{1}{4}, +\infty)$

۴۰) اگر عرض بالاترین نقطه سهمی به معادله  $y = ax^2 + 4x + k$  برابر با  $-1$  و نمودار سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض  $-3$  قطع کند، معادله محور تقارن سهمی کدام است؟

- ۱)  $x = -\frac{1}{2}$   
۲)  $x = \frac{1}{2}$   
۳)  $x = 1$   
۴)  $x = -1$

# پاسخنامه تشریحی

1 2 3 4 1

$$2mx^2 + 3x - m = 0$$

دو جواب: همواره مثبت:  $\Delta = 9 - 4(2m)(-m) = 9 + 8m^2$

باتوجه به شکل، دو نقطه‌ی  $(0, 0)$ ،  $(2, 0)$  روی سهمی قرار دارند: 1 2 3 4 2

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow \begin{cases} (0, 0) \rightarrow 0 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0 \\ (2, 0) \rightarrow 0 = 4a + 2b + c \xrightarrow{c=0} 4a = -2b \Rightarrow 2a = -b \end{cases}$$

باتوجه به شکل تقعر سهمی رو به پایین است پس:  $a < 0$  1 2 3 4 3

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,0)} 0 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\xrightarrow{(-6,0)} 0 = 36a - 6b \Rightarrow 36a = 6b \Rightarrow 6a = b \xrightarrow{\times 2} 12a = 2b \quad (I)$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{-b}{2a}, \frac{3}{4a}\right)} 3 = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) \Rightarrow 3 = a \times \frac{b^2}{4a^2} + \frac{-b^2}{2a}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} = \frac{-b^2}{4a} \xrightarrow{\times 4a} 12a = -b^2 \quad (II)$$

$$I, II: \begin{cases} \xrightarrow{I, II} 2b = -b^2 \rightarrow b^2 + 2b = 0 \Rightarrow b(b+2) = 0 \Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} b = 0 &\Rightarrow a = 0 \quad \times \text{ قابل قبول نیست چون معادله سهمی به یک عبارت درجه 1 تبدیل می‌شود.} \\ b + 2 = 0 &\Rightarrow b = -2 \quad \checkmark \\ 6a = b \xrightarrow{b=-2} a = -\frac{1}{3} \quad \checkmark \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{-\sqrt{b^2}}{a} = \frac{-|b|}{a} = \frac{-|-2|}{-\frac{1}{3}} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}} = 6$$

1 2 3 4 4

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow 2x - 2 = \pm \sqrt{3} \xrightarrow{\text{توان 2}} (2x - 2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 4 = 3 \Rightarrow 4x^2 - 8x + 1 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$$

1 2 3 4 5

$$2x = \frac{x^2}{3} - 9 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2x - 9 = 0 \xrightarrow{\times 3} x^2 - 6x - 27 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x-9)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-9) = 0 \rightarrow x = 9 \quad \checkmark \\ (x+3) = 0 \rightarrow x = -3 \quad \checkmark \end{cases}$$

1 2 3 4 6

در معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:  $-\frac{c}{a}$

$$\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2 + (x-2)}{x(x-2)} = 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 3x^2 - 6x \Rightarrow 2x^2 - 7x + 2 = 0$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر  $\frac{c}{a}$  است.

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } \frac{c}{a} = \frac{2}{2} = 1$$

۷) برای داشتن ریشه مضاعف باید  $\Delta = 0$  باشد، بنابراین:

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow (a - 1)^2 - 4 \times (a - 1) \times (a + 7) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 64 - 16a - 4(a^2 + 6a - 7) = 0 \Rightarrow -3a^2 - 40a + 92 = 0$$

معادله:  $-3a^2 - 40a + 92 = 0$

$$a_1, a_2 = \frac{40 \pm \sqrt{\Delta}}{-3 \times 2}$$

$$a_1 + a_2 = \frac{40 + \sqrt{\Delta}}{-6} + \frac{40 - \sqrt{\Delta}}{-6} = \frac{40 + \sqrt{\Delta} + 40 - \sqrt{\Delta}}{-6} = \frac{80}{-6} = \frac{-40}{3}$$

۸) ابتدا ریشه‌ی معادله فوق را بدست می‌آوریم:

$$(x - \alpha)^2 = \beta^2 \Rightarrow \sqrt{(x - \alpha)^2} = \sqrt{\beta^2} \Rightarrow x - \alpha = \pm \beta \begin{cases} x - \alpha = \beta \Rightarrow x_1 = \alpha + \beta \\ x - \alpha = -\beta \Rightarrow x_2 = \alpha - \beta \end{cases}$$

$$(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = 2\alpha^2 + 2\beta^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2)$$

۹) ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$x^2 + x^2 + x^2 + x = 0 \Rightarrow (x^2 + x^2) + (x^2 + x) = 0 \Rightarrow x^2(x + 1) + x(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x^2 + x) = 0 \rightarrow (x + 1)x(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها:  $0 + (-1) = -1$

۱۰) ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\left. \begin{aligned} y = 2x \xrightarrow{\text{قوان}} y^2 &= (2x)^2 = 4x^2 \\ y^2 &= x^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4x^2 \Rightarrow x^2 - 4x^2 = 0 \xrightarrow{\text{فکتور}} x^2(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

برای  $y$  داریم:

$$y = 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \\ x = 4 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = \frac{4+8}{2} = 6 \end{cases}$$

۱۱) دو نقطه محل برخورد سهمی با محور  $x$  ها نسبت به محور تقارن قرینه‌اند؛ پس اگر طول نقطه دیگر را  $x$  فرض کنیم باید میانگین طول دو نقطه ۳ باشد:

$$\frac{x + 8}{2} = 3 \Rightarrow x + 8 = 6 \Rightarrow x = -2$$

پس مختصات نقطه دیگر  $(-2, 0)$  است.

۱۲) ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

اگر ضریب  $x^2$  در معادله یک سهمی مثبت باشد آنگاه سهمی قطعاً از ناحیه اول و دوم می‌گذرد. اگر ضریب  $x^2$  در معادله یک سهمی منفی باش آنگاه سهمی قطعاً از ناحیه سوم و چهارم می‌گذرد.

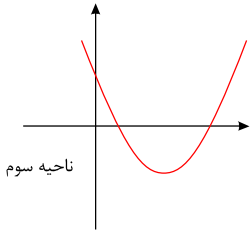
در سهمی  $y = 2x^2 - 8x + 1$  ضریب  $x^2$  مثبت است. پس از ناحیه اول و دوم می‌گذرد اکنون نقطه‌های برخورد سهمی با محور  $x$  ها را بررسی می‌کنیم:

$$y = 2x^2 - 8x + 1 \xrightarrow{y=0} 2x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 8}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{56}}{4}$$

$$56 < 64 \Rightarrow \sqrt{56} < 8 \Rightarrow 0 < 8 - \sqrt{56} \Rightarrow 0 < \frac{8 - \sqrt{56}}{4}$$

هر دو ریشه مثبت‌اند و سهمی از ناحیه ۳ نمی‌گذرد.



مختصات رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  عبارتست از:  $S \left\{ \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} \\ f(-\frac{b}{2a}) \end{array} \right.$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$\text{طول رأس} = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 2 \xrightarrow{y=x^2+ax+b} \frac{-a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$$

نقطه‌ی  $\begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$  نیز بر روی سهمی قرار دارد؛ پس:

$$\begin{aligned} -1 &= 2^2 + 2a + b \xrightarrow{a=-4} -1 = 4 - 8 + b \Rightarrow b = 3 \\ \Rightarrow a + b &= -4 + 3 = -1 \end{aligned}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

$$\begin{aligned} \text{مساحت قسمت رنگی} &= \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت مربع} = (2x+1)^2 - \frac{2 \times (x-1)}{2} \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - (x-1) = 4x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

بنابه فرض، این مساحت برابر با ۲۴ سانتی‌متر است:

$$4x^2 + 3x + 2 = 24 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 22 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 4 \times (-22) = 9 + 352 = 361$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{8} = \frac{-3 \pm 19}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

چون  $x$  باید طول اضلاع  $x-1$  و  $2x+1$  را تشکیل دهد، مقدار  $\frac{-11}{4}$  برای آن قابل قبول نیست و فقط  $x=2$  را می‌پذیریم.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

می‌دانیم:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2, \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$AB = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

جواب هر معادله در خود معادله صدق می‌کند بنابراین  $x = -2$  را در معادله جایگذاری می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} (m-1)x^2 - x - (m^2+1) &= 0 \xrightarrow{x=-2} 4(m-1) + 2 - (m^2+1) = 0 \\ \Rightarrow 4m - 4 + 2 - m^2 - 1 &= 0 \Rightarrow -m^2 + 4m - 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ} \text{ ق} \text{ ق} \text{ ۱} \Rightarrow m = 1 \\ \text{یا} \\ m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3 \end{cases}$$

جواب  $m = 1$  غیر قابل قبول است زیرا معادله اصلی را تبدیل به یک معادله درجه ۱ می‌کند که تنها یک جواب دارد.

با جایگذاری  $m = 3$  داریم:

$$m = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4(2)(-10) = 81 \\ x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \begin{cases} \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{1-9}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases} \end{cases}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

ریشه‌های معادله درجه دوی  $ax^2 + bx + c = 0$  برابر است با  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  می‌دانیم:

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{64 - 4(1)(4)} = \sqrt{48} = \sqrt{4 \times 12} = 2\sqrt{12}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{48}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8 + 2\sqrt{12}}{2} = 4 + \sqrt{12} \\ x_2 = \frac{8 - 2\sqrt{12}}{2} = 4 - \sqrt{12} \end{cases}$$

جذر مجموع مربعات ریشه‌ها برابر است با  $\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ . بنابراین داریم:

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{(4 + \sqrt{12})^2 + (4 - \sqrt{12})^2} = \sqrt{16 + 12 + 8\sqrt{12} + 16 + 12 - 8\sqrt{12}} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

می‌دانیم: اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن‌گاه  $b^2 = ac$  تعداد جواب‌های معادله  $y = ax^2 + bx + c$  بر حسب  $\Delta$  به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \Delta = 0 \rightarrow \text{مماس بر محور } x / \text{ریشه مضاعف} \\ \Delta > 0 \rightarrow \text{در دو نقطه متقاطع با محور } x / \text{دو ریشه} \\ \Delta < 0 \rightarrow \text{عدم تقاطع با محور } x / \text{بدون ریشه} \end{cases}$$

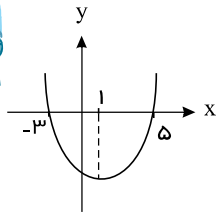
$$b^2 = ac \quad (I)$$

$$\Delta = (2b)^2 - 4(a)(c) = 4b^2 - 4ac \stackrel{(I)}{=} 4b^2 - 4b^2 = 0$$

بنابراین نمودار معادله مورد نظر بر محور  $x$  مماس است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

می‌دانیم: طول رأس سهمی، برابر است با محل عبور خط تقارن  $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$  معادله تقارن سهمی  $x = \frac{-b}{2a}$  ریشه‌های معادله از رأس سهمی به یک فاصله هستند.



$$x = \frac{5 - 3}{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{می‌دانیم:}$$

سن برادر کوچک‌تر را  $x$  فرض می‌کنیم و داریم:

$$(x+5)(x+7+5) = 144 \Rightarrow (x+5)(x+12) = 144 \Rightarrow x^2 + 17x + 60 = 144$$

$$\Rightarrow x^2 + 17x - 84 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+21=0 \Rightarrow x=-21 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

می‌دانیم: معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  پس از مربع کامل شدن به فرم  $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0$  درمی‌آید.

بنابراین:

$$2x^2 - 8x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$a(x - x_0)^2 + y_0 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-b}{2a} \\ y_0 = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-(-8)}{2(2)} = \frac{8}{4} = 2 \\ y_0 = \frac{-(-8)^2 + 4(2)(-1)}{4(2)} = \frac{-64 - 8}{8} = \frac{-72}{8} = -9 \end{cases}$$

$$x_0 + y_0 = 2 - 9 = -7$$





۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

می‌دانیم: در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  مختصات رأس سهمی نقطه  $S$  است.

$\frac{-b}{2a}$	$\frac{-\Delta}{4a}$
-----------------	----------------------

$$\frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$y = ax^2 + bx + c \stackrel{b=0}{=} y = ax^2 + c$$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \xrightarrow{ac < 0} x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

می‌دانیم: در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  مختصات رأس سهمی نقطه  $S$  است.

$\frac{-b}{2a}$	$\frac{-\Delta}{4a}$
-----------------	----------------------

$$\frac{-b}{2a} - \frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \frac{-2b - b^2 + 4a \times \frac{25}{4a}}{4a} = 0$$

$$\Rightarrow -2b - b^2 + 25 = 0 \Rightarrow b^2 + 2b - 25 = 0 \Rightarrow (b+7)(b-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+7=0 \Rightarrow b=-7 \\ b-5=0 \Rightarrow b=5 \end{cases} \Rightarrow -7+5 = -2 : \text{مجموع مقادیر ممکن برای } b$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

می‌دانیم: هرگاه در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ،  $\Delta = 0$  شود، سهمی محور  $x$ ها را فقط در یک نقطه به طول  $x = \frac{-b}{2a}$  قطع می‌کند. (یک ریشه مضاعف دارد)

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{x=0} c = \frac{-4}{b} \xrightarrow{y=\frac{-4}{b}}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 - 4(a)\left(\frac{-4}{b}\right) = 0 \Rightarrow b^2 + \frac{16a}{b} = 0 \Rightarrow b^3 + 16a = 0$$

$$x = \frac{-(-b)}{2a} = -2 \Rightarrow b = -4a$$

$$b^3 + 16a = 0 \xrightarrow{b=-4a} -64a^3 + 16a = 0 \Rightarrow 16a(-4a^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ ق.ق} \\ -4a^2 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{سهمی پایین محور } a < 0} a = \frac{-1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

می‌دانیم: در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ، معادله خط تقارن سهمی  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

$$x = \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \quad (I)$$

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{I} y = ax^2 - 2ax + c \xrightarrow{(2,5)} 5 = 4a - 4a + c \Rightarrow c = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

می‌دانیم: رأس سهمی به معادله  $ax^2 + bx + c$  نقطه  $S$  است.

$\frac{-b}{2a}$	$f\left(\frac{-\Delta}{4a}\right)$
-----------------	------------------------------------

$$\frac{-\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow \frac{-((2^2) - 4(m)(3))}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{-4 + 12m}{4m} = 2$$

$$\Rightarrow -4 + 12m = 8m \Rightarrow -4 = -4m \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 2x + 3 \text{ دهانه سهمی رو به بالاست}$$

بنابراین چنین سهمی‌ای وجود ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

اگر سن برادر کوچک‌تر را  $x$  در نظر بگیریم؛ داریم:

$$\begin{cases} x \\ x + 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{۵ سال دیگر}} \begin{cases} x + 5 \\ x + 10 \end{cases}$$

$$(x+5)(x+10) = 300 \Rightarrow x^2 + 15x + 50 = 300 \Rightarrow x^2 + 15x - 250 = 0$$

$$\Rightarrow (x+25)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -25 \text{ (ق.ق.غ)} \end{cases}$$

$$x = 10 \Rightarrow \begin{cases} 10 \\ 15 \end{cases} \xrightarrow{\text{۱۰ سال بعد}} \begin{cases} 20 \\ 25 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع سن دو برادر} : 20 + 25 = 45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$2x(4x - 3) = 13 \Rightarrow 8x^2 - 6x - 13 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x = \frac{13}{8}$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{13}{8} + \frac{9}{64} \Rightarrow (x - \frac{3}{8})^2 = \frac{104 + 9}{64} = \frac{113}{64}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{8} \\ b = \frac{113}{64} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a^2} = \frac{113}{64} \times \frac{64}{9} = \frac{113}{9}$$

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

می‌دانیم:

$$S \begin{cases} -\frac{b}{2a} \\ f(-\frac{b}{2a}) \end{cases} \quad \text{مختصات رأس سهمی به معادله } y = ax^2 + bx + c \text{، برابر است با:}$$

فاصله در نقاط  $A$  و  $B$  برابر است با:  $|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

$$y = a^2x^2 + bx - c^2$$

نقاط  $(2, 0)$ ،  $(-3, 0)$  و  $(3, 3)$  در معادله سهمی صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\xrightarrow{(2,0)} 4a^2 + 2b - c^2 = 0 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{(-3,0)} 9a^2 - 3b - c^2 = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(3,3)} 9a^2 + 3b - c^2 = 3 \quad (III)$$

$$(I), (II) : - \begin{cases} 4a^2 + 2b - c^2 = 0 \\ 9a^2 - 3b - c^2 = 0 \end{cases}$$

$$-5a^2 + 5b = 0 \Rightarrow 5(b - a^2) = 0 \Rightarrow b - a^2 = 0 \Rightarrow b = a^2$$

با جایگذاری  $b = a^2$  در معادلات  $(II)$  و  $(III)$  داریم:

$$\begin{cases} 4b + 2b - c^2 = 0 \\ 9b + 3b - c^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6b - c^2 = 0 \\ 12b - c^2 = 3 \end{cases}$$

$$6b = 3 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$6b - c^2 = 0 \Rightarrow 6b = c^2 \xrightarrow{b = \frac{1}{2}} 3 = c^2$$

با جایگذاری مقادیر به دست آمده در معادله اصلی داریم:

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$S \begin{cases} -\frac{b}{2a} \\ f(-\frac{b}{2a}) \end{cases} \Rightarrow S \begin{cases} -\frac{1/2}{2(1/2)} = -\frac{1}{2} \\ f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{24}{8} = \frac{-25}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{8}) \\ A(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}) \end{cases} \Rightarrow |AS| = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}))^2 + (-\frac{1}{8} - (-\frac{25}{8}))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

روش دوم:

چون سهمی موردنظر دارای ۲ ریشه ۲ و ۳- است، آن را به صورت زیر می‌نویسیم:



$$y = a^x(x-2)(x+3) \xrightarrow{(3,3)} 3 = a^x(3-2)(3+3) \Rightarrow a^x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-2)(x+3) = \frac{1}{2}(x^2 + x - 6) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow y_{\text{رأس}} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 3$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{4} \Rightarrow S' = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right) \text{ از } S' \text{ فاصله نقطه} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 + \left(-\frac{1}{4} - \left(-\frac{25}{4}\right)\right)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای ریشه مضاعف است هرگاه:  $\Delta = 0$  می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-(3a+1))^2 - 4(1)(2a^2+2) = 0$$

$$\Rightarrow 9a^2 + 6a + 1 - 8a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (a+7)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -7 \end{cases}$$

خط بر سهمی مماس است، هرگاه معادله تلاقی آن‌ها دارای ریشه مضاعف باشد. می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = x^2 + mx + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + mx + 1 = 3x \Rightarrow x^2 + (m-3)x + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-3)^2 - 4(1)(1) = 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 9 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow (m-5)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$$

با تغییر متغیر  $t = (x^2 - x)$  داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - x = -4 \Rightarrow x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(+4) = 1 - 16 = -15 < 0 \text{ جواب ندارد.}$$

$$x^2 - x = 3 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(-3) = 1 + 12 = 13$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ ۲ جواب دارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

می‌دانیم: رأس سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$  نقطه  $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$  است.  $S$

$$f(x) = y = 3x^2 + ax + b + 8$$

$$S \left| \begin{aligned} -\frac{b}{2a} &= \frac{-a}{6} = -1 \rightarrow a = 6 \\ f(-1) &= 3 - 6 + b + 8 = -4 \rightarrow b = -9 \end{aligned} \right.$$

$$f(-1) = 3 - 6 + b + 8 = -4 \rightarrow b = -9$$

$$y = 3x^2 + 6x - 1 \xrightarrow{x=0} y = -1$$

در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  رأس سهمی نقطه  $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$  است.  $S$  می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

سهمی را به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  در نظر می‌گیریم.

$$\text{رأس سهمی } S \left| \begin{aligned} -2 &\Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow -b = -4a \Rightarrow b = 4a \quad (I) \\ -1 & \end{aligned} \right.$$

نقاط  $(-2, -1)$  و  $(-1, 2)$  در سهمی به معادله  $y = ax^2 + 4ax + c$  صدق می‌کند: داریم:



$$\begin{aligned} (-2, -1) : -1 = 4a - 4a + c &\Rightarrow \begin{cases} -4a + c = -1 \text{ (II)} \\ -3a + c = -2 \\ -a = 1 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \\ (-1, -2) : -2 = a - 4a + c &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$(II) \xrightarrow{a=-1} -4a + c = -1 \xrightarrow{a=-1} 4 + c = -1 \Rightarrow c = -5$$

$$(I) \xrightarrow{a=-1} b = 4a \xrightarrow{a=-1} b = -4$$

$$y = -x^2 - 4x - 5$$

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$(x-2)^2 = (k-1)^2 \Rightarrow x-2 = \pm(k-1)^2 \Rightarrow x = \pm(k-1)^2 + 2$$

$$\text{فاصله مطلق تفاضل جوابها} = |((k-1)^2 + 2) - (-(k-1)^2 + 2)| = |2(k-1)^2| = 8$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 = 4 \Rightarrow k-1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} k-1 = 2 \Rightarrow k = 3 \\ k-1 = -2 \Rightarrow k = -1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن  $k$  برابر با  $-3$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$x(x+3) = -3a \Rightarrow x^2 + 3x + 3a = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 9 - 4(1)(3a) < 0 \Rightarrow 9 - 12a < 0 \Rightarrow 12a > 9 \Rightarrow a > \frac{9}{12} \Rightarrow a > \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\text{مساحت مستطیل: } x(2x+3) = 20$$

اگر عرض مستطیل را  $x$  در نظر بگیریم طول مستطیل برابر  $2x+3$  است؛ داریم:

$$2x^2 + 3x - 20 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-20) = 9 + 160 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13$$

$$x = \frac{-3 \pm 13}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-16}{4} \text{ (غ.ق.ق)} \\ x = \frac{10}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{4} \\ 2x+3 = \frac{32}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{محیط: } (x+2x+3) \times 2 = \frac{42}{2} = 21 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

باتوجه به ریشه مضاعف سهمی در نقطه  $x=1$ ؛ نمودار سهمی به صورت  $y = k(x-1)^2$  است؛ داریم:

$$y = k(x-1)^2 = k(x^2 - 2x + 1) = kx^2 - 2kx + k$$

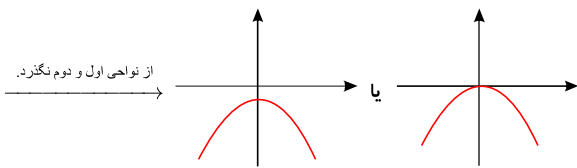
با قرار دادن عرض از مبدأ سهمی یعنی نقطه  $(0, 2)$  در معادله بالا داریم:

$$y = kx^2 - 2kx + k \xrightarrow{(0,2)} k = 2$$

$$y = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \Rightarrow abc = -16 \\ c = 2 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$y = mx^2 - x^2 + m + 2\sqrt{2}x \rightarrow y = \underbrace{(m-1)}_a x^2 + \underbrace{2\sqrt{2}}_b x + \underbrace{m}_c$$



$$\rightarrow a < 0, \Delta \leq 0$$

بنابراین نمودار زیر محور  $x$ ها یا بر آن مماس است:

$$a < 0 \Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow m < 1 \quad (1)$$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = (2\sqrt{2})^2 - 4(m-1)(m) \leq 0 \Rightarrow 8 - 4m^2 + 4m \leq 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-2) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} m & & & \\ \hline \text{عبارت} & + & - & + \\ & \circ & \circ & \\ & -1 & 2 & \end{array} \Rightarrow m \leq -1 \text{ یا } m \geq 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m \leq -1$$

1 2 3 4 39

اگر نمودار سهمی پایین تر از محور  $x$  نباشد، یعنی یا مماس یا بالاتر از محور  $x$  است؛ در نتیجه دهانه سهمی روبه بالا  $(2a > 1) > 0$  و  $\Delta \leq 0$  است. داریم:

$$\begin{cases} 2a + 1 > 0 \Rightarrow 2a > -1 \Rightarrow a > \frac{-1}{2} \quad (I) \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow 16 - 4(2a+1)(1) \leq 0 \Rightarrow 16 - 8a - 4 \leq 0 \Rightarrow 12 - 8a \leq 0 \Rightarrow 12 \leq 8a \\ \Rightarrow a \geq \frac{3}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I) \wedge (II)} a \in \left[ \frac{3}{2}, +\infty \right)$$

رأس سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  نقطه  $S \begin{cases} \frac{-b}{2a} \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) \end{cases}$  است.

محور تقارن سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

می‌دانیم: 1 2 3 4 40

$$y = ax^2 + 4x + k$$

$k = -3$ : نقطه  $(0, -3)$  در معادله سهمی صدق می‌کند.

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

$$y = ax^2 + 4x - 3$$

رأس سهمی  $S \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) = -1 \Rightarrow a\left(\frac{-4}{2a}\right)^2 + 4\left(\frac{-4}{2a}\right) - 3 = -1 \Rightarrow \frac{4}{a} - \frac{8}{a} - 3 = -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{-4}{a} - 3 = -1 \Rightarrow \frac{-4}{a} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{معادله خط تقارن: } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1$$

# پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴

۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴

۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴