



زمان برگزاری: ۰۶۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

دبیرستان: فخران

نام آزمون: ریاضی ۲

دبیر: آقای ولیزاده فرد

تاریخ آزمون: ۱۳۹۸/۰۷/۲۴

۱) معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y}$$

۲) اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(1, 2)$  از خط  $ax + 4y = 1$  برابر ۲ باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

۳) محیط یک زمین مستطیل شکل ۱۸ متر و مساحت آن ۱۴ متر مربع است. اندازه‌ی طول و عرض این زمین را تعیین کنید.

۴) معادلات رادیکالی زیر را حل کنید.

الف)  $\sqrt{1-x^2} = x$

ب)  $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$

ج)  $2 + \sqrt{1+x} = \sqrt{x}$

۵) در دنباله‌ی حسابی  $5, 8, 11, \dots$  حداقل چند جمله‌ی آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۴۹۳ بیشتر شود؟

۶) مجموع همه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند چقدر می‌شود؟

۷) برای عددی حقیقی  $a (a \neq 1)$  و عدد طبیعی  $n$ :

الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$$

ب) با استفاده از قسمت الف نتیجه بگیرید که:

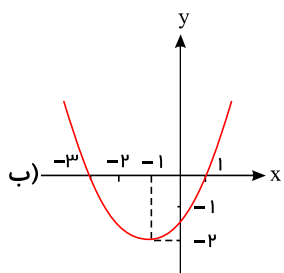
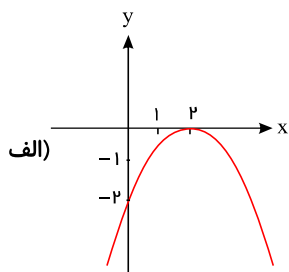
$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^2 + a + 1)$$

۸) اگر  $x = -1$  یک ریشه‌ی معادله‌ی  $4x^2 - mx - 7 = 0$  باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

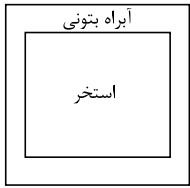
۹) مقدار  $k$  را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع  $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$  برابر  $-2$  باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.

۱۰) در هر یک از شکل‌های زیر نمودار سهمی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. در هر حالت صفرهای تابع  $P(x)$  و ضابطه‌ی آن را

مشخص کنید.



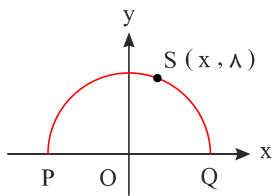
۱۱) یک استخر مستطیل شکل به ابعاد، طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای پهنای یکسان و مساحت ۱۴ متر مربع باشد، پهنای آن را محاسبه کنید.



۱۲) اگر در یک مستطیل با طول  $L$  و عرض  $W$  داشته باشیم  $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$  آن گاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است. اگر محیط یک زمین ورزشی مستطیل شکل برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض زمین چقدر است؟

۱۳) پدر بزرگ برای اهدا به مهدکودک چند اسباب‌بازی یکسان، مجموعاً به قیمت ۱۲۰ هزار تومان خرید. اگر فروشنده برای هر اسباب‌بازی هزار تومان به پدر بزرگ تخفیف می‌داد او می‌توانست با همان پول چهار اسباب‌بازی دیگر هم بخرد، قیمت هر اسباب‌بازی قبل از تخفیف چقدر بوده است؟

۱۴) ماشین  $A$  کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین  $B$  انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین‌ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟



۱۵) نقطه‌ی  $S(x, 8)$  روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل روبه‌رو داده شده است.

الف) مقدار  $x$  را به دست آورید.

ب) شیب خط‌های  $PS$  و  $SQ$  را به دست آورید.

پ) نشان دهید  $\widehat{PSQ}$  قائمه است.

۱۶) صفرهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف)  $f(x) = x^3 - 4x$

ب)  $g(x) = 2x^3 + x^2 + 3x$

پ)  $h(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

۱۷) معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

ب)  $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$

پ)  $(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12$

۱۸) نمودار هر یک از دو تابع زیر را رسم کنید. سپس به ازای  $y = 3$  معادله‌های به دست آمده را به روش هندسی و جبری حل کنید.

الف)  $y = x - \frac{x}{|x|}$

ب)  $y = x^2 - 6x$

۱۹) ثابت کنید فاصله دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  برابر  $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  می‌باشد.

۲۰) سه رأس مثلث  $ABC$ ،  $A(-11, -13)$ ،  $B(-3, 3)$  و  $C(3, 1)$  می‌باشند.

الف) طول عمودی را که از رأس  $B$  در میانه‌ی نظیر رأس  $C$  وارد می‌شود به دست آورید.

ب) مختصات رأس  $D$  را چنان تعیین کنید که  $ABCD$  یک متوازی‌الاضلاع باشد.

# پاسخنامه تشریحی

۱

$$\frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y} \xrightarrow{\times y(y+5)} (3y+5) + y(y+4) = (y+1)(y+5)$$

$$\Rightarrow 3y + 5 + y^2 + 4y = y^2 + 6y + 5 \Rightarrow y = 0$$

چون  $y = 0$  و  $y = -5$  را مخرج را صفر می کنند پس  $y$  به دست آمده قابل قبول نمی باشد و معادله جواب ندارد.

۲

$$ax + 4y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{|a+8-1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow |a+7| = 2\sqrt{a^2+16}$$

$$\Rightarrow a^2 + 14a + 49 = 4a^2 + 64 \Rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

$$\Delta = 196 - 4 \times 3 \times 15 = 16 \rightarrow a = \frac{14 \pm 4}{6} \Rightarrow a = 3, \frac{5}{3}$$

۳

$$2(x+y) = 18 \Rightarrow (x+y) = 9 \Rightarrow y = 9-x$$

$$xy = 14 \Rightarrow x(9-x) = 14 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \Rightarrow y=9-2=7 \\ x=7 \Rightarrow y=9-7=2 \end{cases}$$

۴

(الف)

$$\sqrt{1-x^2} = x \xrightarrow{x>0} 1-x^2 = x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{x>0} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ب)

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \xrightarrow{x>0} \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) \Rightarrow 1-\sqrt{x} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow (1-\sqrt{x})((1+\sqrt{x})^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x=1 \\ (1+\sqrt{x})^2 = 1 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

$$x=1 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{1}}{1+\sqrt{1}} = 0 = 1-1$$

$$x=0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{0}}{1+\sqrt{0}} = 1 = 1-0$$

بنابراین هر دو جواب قابل قبول می باشند.

(ج)

$$\text{جواب ندارد } \sqrt{1+x} = -\frac{5}{4} \Rightarrow 5+x+4\sqrt{1+x} = x \Rightarrow \sqrt{1+x} = -\frac{5}{4}$$

$$\text{معادله جواب ندارد } x > 0 \Rightarrow 1+x > x \Rightarrow \sqrt{1+x} > \sqrt{x} \Rightarrow 2 + \sqrt{1+x} > \sqrt{x}$$

۵

$$a_1 = 5, d = 3 \rightarrow S_n > 493 \rightarrow \frac{n}{2}(10 + 3n - 3) > 493$$

$$3n^2 + 7n - 986 > 0 \quad \Delta = 49 + 12 \times 986 = 11881$$

$$n = \frac{-7 \pm 109}{6} = -\frac{58}{3}, 17 \Rightarrow n < -\frac{58}{3} \text{ یا } n > 17 \Rightarrow n \geq 18 \quad \text{حداقل ۱۸ جمله}$$

غذای

۶

ریاضی ۲

$$\text{مضارب شش } = 6k \rightarrow 100 \leq 6k \leq 999 \rightarrow 16,6 \leq k \leq 166,5$$

$$k = 17, 18, \dots, 166 \rightarrow \text{تعداد } n = 166 - 17 + 1 = 150$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$102, 108, \dots, 996$$

$$S_{150} = \frac{150}{2}(a_1 + a_{150}) = \frac{150}{2}(102 + 996) = 82350$$

الف) مجموع  $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$  مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول یک و قدر نسبت  $a$  می باشد.

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} \quad a_1 = 1, q = a$$

$\downarrow$              $\downarrow$              $\downarrow$              $\downarrow$   
 جمله اول    جمله دوم    جمله سوم    جمله  $n$  ام

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1(a^n - 1)}{a - 1} = \frac{a^n - 1}{a - 1} \Rightarrow 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

(ب)

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1} \Rightarrow a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1)$$

۸

$$x = -1 \rightarrow 4x^2 - mx - 7 = 0 \rightarrow 4 + m - 7 = 0 \rightarrow m = 3$$

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)(4x - 7) = 0 \rightarrow x = -1, x = \frac{7}{4}$$

۹

$$x = -2 \rightarrow x^2 + kx^2 - x - 2 = 0 \rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \rightarrow k = 2$$

$f(x)$  بر  $x + 2$  بخش پذیر است.

$$f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2$$

$$x^2 + 2x^2 - x - 2 \Big| \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$\frac{-x^2 - 2x^2}{-x - 2}$$

$$\frac{+x + 2}{0}$$

$$f(x) = (x + 2)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = \pm 1$$

روش دیگر: می توان  $f(x)$  را تجزیه کرد.

$$x^2 + 2x^2 - x - 2 = x^2(x + 2) - (x + 2) = (x + 2)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = \pm 1$$

۱۰ الف) تابع دارای یک ریشه مضاعف در  $x = 2$  است.

روش اول:

$$x = 0 \rightarrow P(0) = c = -2 \rightarrow P(x) = ax^2 + bx - 2$$

$$\text{رأس } x = -\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow b = -4a, (2, 0) \Rightarrow 4a + 2b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2(-4a) = 2 \Rightarrow -4a = 2 \rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = 2$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

روش دوم:

$$\text{ریشه مضاعف} \Rightarrow x = 2 \rightarrow P(x) = a(x - 2)^2 \quad (0, -2) \Rightarrow -2 = a(0 - 2)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

(ب) روش اول:

$$x = 1 \rightarrow y = 0 \rightarrow a + b + c = 0 \quad (1)$$

$$x = -3 \rightarrow y = 0 \rightarrow 9a - 3b + c = 0 \quad (2)$$

$$\text{رأس } x = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a \xrightarrow{(1), (2)} 3a + c = 0$$

$$(-1, -2) \Rightarrow a - b + c = -2 \rightarrow a - 2a + c = -2 \rightarrow -a + c = -2$$

$$\begin{cases} 3a + c = 0 \\ a - c = -2 \end{cases} \Rightarrow 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2}, c = -\frac{3}{2}, b = 1$$

صفحه های تابع  $x = 1$  و  $x = -2$  است.

$$P(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

روش دوم: چون  $x = 1$  و  $x = -3$  ریشه‌های تابع هستند داریم:

$$P(x) = a(x+3)(x-1) \rightarrow (-1, -2) \Rightarrow -2 = a \times 2 \times (-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$P(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1) = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 3) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

11

اگر پهنای آبراه را  $x$  در نظر بگیریم. داریم:

	$x$	$x$	$x$
$x$	$10$		
	$3$		$3$
$x$	$10$	$x$	
$x$		$x$	

$$S = 4x^2 + 2 \times 10 \times x + 2 \times 3 \times x = 14$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 20x + 6x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 26x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x - 7 = 0 \Rightarrow \Delta = 13^2 - 4 \times 2 \times (-7) = 169 + 56 = 225$$

$$x = \frac{-13 \pm 15}{4} = -7 \text{ غ ق ق } , x = \frac{1}{2}$$

12

$$L + W = \frac{1}{2} \times 144 = 72 \rightarrow W = 72 - L$$

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L} \Rightarrow \frac{L}{72-L} = \frac{72}{L} \Rightarrow L^2 = 72^2 - 72L$$

$$\Rightarrow L^2 + 72L - 72^2 = 0 \rightarrow \Delta = 72^2 + 4 \times 72^2 = 5 \times 72^2$$

$$L = \frac{-72 \pm 72\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{L > 0} L = \frac{-72 + 72\sqrt{5}}{2} = 36\sqrt{5} - 36$$

$$W = 72 - L = 72 - 36\sqrt{5} + 36 = 108 - 36\sqrt{5}$$

13

$$\text{قیمت اسباب‌بازی} = x \rightarrow \text{تعداد اسباب‌بازی} = \frac{120}{x}$$

$$\text{قیمت اسباب‌بازی بعد از تخفیف} = x - 1 \rightarrow \text{تعداد اسباب‌بازی} = \frac{120}{x-1}$$

$$\frac{120}{x-1} - \frac{120}{x} = 4 \Rightarrow 120 \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) = 4 \Rightarrow \frac{x-x+1}{x(x-1)} = \frac{4}{120}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{30} \rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \rightarrow (x-6)(x+5) = 0 \rightarrow x = 6$$

قیمت هر اسباب‌بازی قبل از تخفیف ۶ هزار تومان بوده است.

14

$$\text{میزان کار در یک ساعت} = \frac{1}{x} \rightarrow \text{زمان ماشین A به تنهایی}$$

$$\text{میزان کار در یک ساعت} = \frac{1}{x+15} \rightarrow \text{زمان ماشین B به تنهایی}$$

$$\text{میزان کار در یک ساعت} = \frac{1}{18} \rightarrow \text{زمان هر دو ماشین با هم}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x+15}{x(x+15)} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow x^2 + 15x = 36x + 270 \rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0$$

$$\Rightarrow (x-30)(x+9) = 0 \quad x = 30, x = -9 \text{ غ ق ق}$$

$$\text{زمان ماشین B به تنهایی} = 30 \rightarrow \text{زمان ماشین A به تنهایی}$$

$$\text{الف) } OS = 10 \rightarrow \sqrt{x^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow x^2 + 64 = 100 \rightarrow x^2 = 36$$

$$\Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow \text{در ناحیه اول } S \text{ نقطه‌ی } x = 6 \Rightarrow S = (6, 8)$$

15

$$\text{ب) } P = (-1, 0), Q = (1, 0) \Rightarrow m_{PS} = \frac{y_S - y_P}{x_S - x_P} = \frac{1 - 0}{6 - (-1)} = \frac{1}{7}$$

$$m_{SQ} = \frac{y_Q - y_S}{x_Q - x_S} = \frac{0 - 1}{1 - 6} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{پ) } m_{PS} \cdot m_{SQ} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{35} \neq -1 \Rightarrow PS \not\perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} \neq 90^\circ$$

۱۶) برای تعیین صفرهای هر تابع، باید معادله  $y = 0$  را حل کنیم.

$$\text{الف) } f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}, x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}$$

$$\text{ب) } g(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(2x^2 + x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0}, 2x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 24 = -23 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

$$\text{پ) } h(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x^2 + 5 = 0, x^2 = t \Rightarrow t^2 + 3t + 5 = 0$$

$$\Delta = 9 - 20 = -11 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.} \Rightarrow \text{تابع } h(x) \text{ صفر ندارد.}$$

۱۷)

$$\text{الف) } x^2 - 3x^2 - 4 = 0, x^2 = t \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 1) = 0$$

$$t = 4, t = -1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}, x^2 = -1 \text{ غ ق ق}$$

$$\text{ب) } \left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0, \frac{x^2}{3} - 2 = t$$

$$t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 6) = 0 \Rightarrow t = 1, t = 6$$

$$\frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}, \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2\sqrt{6}}$$

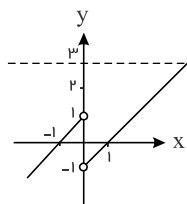
$$\text{پ) } (4 - x^2)^2 - (4 - x^2) - 12 = 0, 4 - x^2 = t \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0$$

$$(t - 4)(t + 3) = 0 \Rightarrow t = 4, t = -3$$

$$4 - x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}, 4 - x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{7}}$$

۱۸)

$$\text{الف) } y = x - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x - \frac{x}{-x} & x < 0 \\ x - \frac{x}{x} & x > 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} x + 1 & x < 0 \\ x - 1 & x > 0 \end{cases} \begin{array}{l} | \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{array}$$



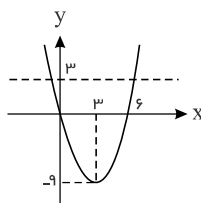
خط  $y = 3$  نمودار تابع را در یک نقطه قطع می‌کند، پس معادله  $y = 3$  یک ریشه مثبت دارد.

$$x - \frac{x}{|x|} = 3 \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \text{ غیر قابل قبول} \\ x > 0 \Rightarrow x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4 \text{ جواب} \end{cases}$$

$$\text{ب) } y = x^2 - 6x \rightarrow y = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 6$$

$$\text{رأس } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3$$

$$\text{رأس } y = 9 - 18 = -9$$



معادله  $y = 3$  دارای یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت است.

$$y = 3 \Rightarrow x^2 - 6x = 3 \Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$\Delta = 36 + 12 = 48 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2}$$

۱۹) نقطه دلخواهی روی خط  $ax + by + c = 0$  در نظر گرفته و فاصله آن را تا خط  $ax + by + c' = 0$  به دست می‌آوریم.

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow by + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{c}{b}$$



$$A = \left(0, -\frac{c}{b}\right) \Rightarrow \text{فاصله } A \text{ تا خط} = \frac{\left|0 + b\left(-\frac{c}{b}\right) + c'\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-c + c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$M = \frac{A + B}{2} = (-1, -5)$$

$$m_{CM} = \frac{-5 - 1}{-1 - 3} = \frac{3}{5}$$

$$y - 1 = \frac{3}{5}(x - 3) \Rightarrow 5y - 5 = 3x - 9 \Rightarrow 3x - 5y - 4 = 0$$

$$BH = \frac{|3(-3) - 5 \times 3 - 4|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{|-9 - 15 - 4|}{\sqrt{34}} = \frac{28}{\sqrt{34}}$$

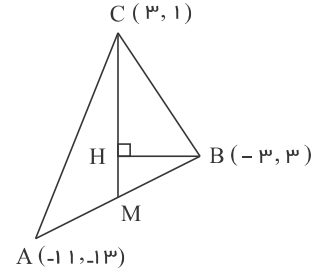
$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow -1 + 3 = -3 + x_D$$

$$\Rightarrow x_D = -5$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow -1 + 1 = 3 + y_D \Rightarrow y_D = -1$$

$$D = (-5, -1)$$

۳۰ الف)



ب)

