

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

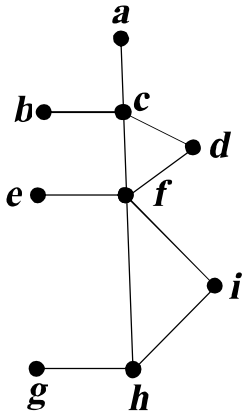
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $ a, b  = m$ . ب) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b)   m$ . پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$ .	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a   4k + 9$ و $a   6k + 14$ صدق کند، مقدار $a$ را بیابید.	۱
۴	فرض کنید $a$ عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم $13^{22}$ را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح $a, b, c$ و عدد طبیعی $m$ ، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $ac \equiv bc \pmod{m}$ .	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف $G$ به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس $b$ را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است $x$ ؟	۱/۲۵
		
۹	الف) گراف $k$ - منتظم از مرتبه $n$ را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف $G$ به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف $G$ را رسم کنید.	۱
		

« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

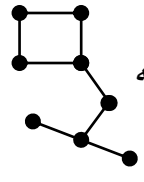
۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																			
۱۲	اگر $n$ تعداد رئوس گراف و $\Delta$ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ باشد.	۱/۲۵																			
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																			
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																			
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$ ، $x_3 > 3$ باشند.	۱																			
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین $3 \times 3$ روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲
۱	۲	۳																			
۳	۱	۲																			
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۲	۳	۱																			
۳	۱	۲																			
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																			
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از $A$ دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																			
	"موفق باشید"	۲۰	جمع نمره																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)						۱
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)						۱
۳	$\frac{a 4k+9}{a 6k+14} \Rightarrow a  \underbrace{-6(4k+9)}_{(0/25)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(0/25)} \Rightarrow a 2 \quad (0/25) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (0/25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)						۱
۴	$A = 21a^2 = 3 \times 7 \times a^2 \quad (0/25), \quad B = 35a^2 = 5 \times 7 \times a^2 \quad (0/25) \Rightarrow [A, B] = 105a^2 \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)						۱
۵	$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \pmod{17} \xrightarrow{-1 \equiv 16} r = 16 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)						۱
۶	$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m a-b \quad (0/25) \Rightarrow m c(a-b) \quad (0/25) \Rightarrow m ac-bc \quad (0/25) \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m} \quad (0/25)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)						۱
۷	$13y \equiv 7 \pmod{9}, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \pmod{9}) \rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{9} \xrightarrow{(4,9)=1} y \equiv 4 \pmod{9}$ $y = 9k + 4 \quad (0/25), \quad x = -13k - 5 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)						۱/۵
۸	الف) $\delta(G) = 1 \quad (0/25)$ ب) $q = 6 \quad (0/25)$ پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\} \quad (0/5)$ ت) $x = c \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)						۱/۲۵
۹	الف) گرافی از مرتبه $n$ که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, k \leq n$ باشد. (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $\sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 \times 3 = 2q \quad (0/25)$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)						۱
۱۰	الف) $a, c, d, b, e, a \quad (0/5)$ ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)						۱
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\} \quad (0/5)$ (کار در کلاس صفحه ۴۷) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\} \quad (0/75)$ (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)						۱/۲۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	<p>الف) برای مثال اگر <math>n=10</math>، رسم <math>C_{10}</math> یا <math>P_{10}</math>. (۰/۲۵) در این گرافها: <math>\gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 4</math> (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵) ولی <math>\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 2</math>، (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰)</p>  <p>(لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>	۱/۲۵									
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸) <math>\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840</math> (۰/۲۵)</p>	۱									
۱۴	<p>الف) <math>6! \times 5!</math> (۰/۵) ب) <math>6! \times 5! \times 2!</math> (مشابه مثال صفحه ۵۷) (۰/۷۵)</p>	۱/۲۵									
۱۵	<p><math>y_1 + 3 + x_2 + y_3 + 4 + x_4 + x_5 = 14 \Rightarrow y_1 + x_2 + y_3 + x_4 + x_5 = 7</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>	۱									
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) (۰/۵)</p> <table border="1" data-bbox="223 1164 414 1321"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table>	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵
۱۱	۲۲	۳۳									
۳۲	۱۳	۲۱									
۲۳	۳۱	۱۲									
۱۷	<p><math>1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}</math></p> <p><math>A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> S  = 3^4</math> (۰/۲۵) ، <math> A_i  = 2^4</math> (۰/۲۵) ، <math> A_i \cap A_j  = 1^4</math> (۰/۲۵) ، <math> A_1 \cap A_2 \cap A_3  = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(۰/۲۵)} =  S  -  A_1 \cup A_2 \cup A_3  = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)</p>	۱/۷۵									
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه ۸۳)</p> <p>تعداد کیبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>_____ , _____ , _____ , ..... , _____          ۱,۸۴      ۲,۸۳      ۳,۸۲      ۴۲,۴۳</p> <p>چنان چه قرار باشد کیبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کیبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>	۱									

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»