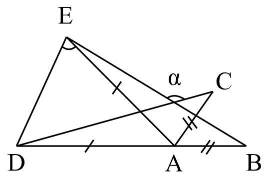
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه۲

دبیر: آقای حدادی

فاخران

۱ - در شکل زیر $AB=AC$، $AD=AE$، $C\hat{A}B=40^\circ$ و $A\hat{E}D=70^\circ$، زاویه‌ی α چند درجه است؟

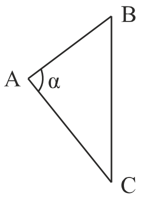


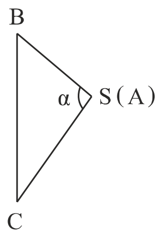
① ۱۲۵　② ۱۳۵　③ ۱۴۰　④ ۱۱۰

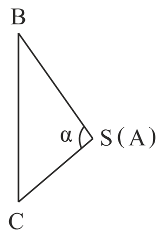
۲ - دو نقطه‌ی O و O_1 معلوم‌اند. A_1 بازتاب نقطه‌ی A نسبت به O و A_2 بازتاب نقطه‌ی A_1 نسبت‌به O_1 است. اگر A_2 تبدیل‌یافته‌ی A باشد، در کدام حالت نوع تبدیل کاملاً مشخص است؟

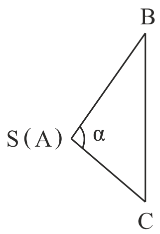
① انتقال　② تجانس　③ دوران　④ بازتاب محوری

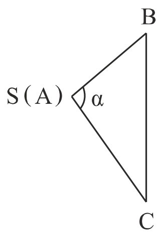
۳ - فرض کنید S نشانگر بازتاب نسبت به یک خط ثابت باشد. اگر مثلث روبه‌رو را تحت این بازتاب به گونه‌ای تصویر کنیم که $S(C)=B, S(B)=C$، آن‌گاه کدام گزینه تصویر مثلث ABC تحت بازتاب S را به درستی نشان می‌دهد؟ $(AB<AC)$



①


②


③


④


۴ - فرض کنید پاره‌خط AB به طول ۱۰ با خط بازتاب d نه موازی و نه متقاطع باشد و امتداد پاره خط AB (از طرف A) خط d را در نقطهٔ M با زاویهٔ ۳۰ درجه قطع کند. اگر $T(A)=A'$، $T(B)=B'$ و $BB'=18$ باشد، نسبت $\frac{MA}{MB'}$ کدام است؟

① $\frac{4}{9}$　② $\frac{3}{8}$　③ $\frac{3}{7}$　④ $\frac{1}{3}$

۵ - لوزی $ABCD$ با مساحت ۲ واحد مفروض است. اگر برخورد قطرهای لوزی را O بنامیم و این لوزی را به مرکز O با زاویهٔ ۴۵ درجه در جهت ساعتگرد دوران دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل شود، اندازهٔ $A'C'\times B'D'$ کدام است؟

① ۲　② $2\sqrt{3}$　③ ۴　④ $4\sqrt{3}$

۶ - مربع $ABCD$ به طول ضلع ۴ مفروض است. مربع را با بردار $\vec{v}$ انتقال می دهیم تا مربع $A'B'C'D'$ به دست آید. اگر نقطهٔ A' روی ضلع BC قرار داشته باشد و $A'C=1$ ، اندازهٔ پاره‌خط DD' کدام است؟

① $2\sqrt{3}$　② $4\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{6}$　④ ۵

۷ - مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به طول وتر ۸ مفروض است. این مثلث را با بردار $\overrightarrow{AT}$ که در جهت بردار $\overrightarrow{AM}$ (M وسط وتر BC) است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت مثلث اولیه باشد، اندازهٔ بردار $\overrightarrow{AT}$ کدام است؟

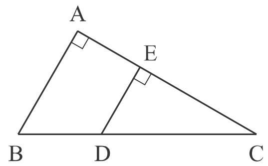
① ۲　② ۳　③ ۴　④ ۶

۸ - چه تعداد از مطالب زیر در مورد تبدیل همانی درست است؟

- تبدیل همانی همواره طولپاست.
- تبدیل همانی، بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
- دوران با زاویهٔ ۳۶۰ درجه و تجانس با نسبت $k = ۱$، تبدیل همانی هستند.
- بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

(۱) ۱　(۲) ۲　(۳) ۳　(۴) ۴

۹ - مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. اگر $DE \parallel AB$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ بین مجانس‌های DC و EC نسبت به مرکز تجاس B و با نسبت تجانس $K \neq ۰$ کدام است؟



(۱) ۶۰°　(۲) ۴۵°
(۳) ۳۰°　(۴) ۱۵°

۱۰ - کدام جمله همواره درست است؟

(۱) بازتاب نمی‌تواند اندازهٔ زاویه را حفظ کند.
(۲) انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطهٔ ثابت تبدیل داشته باشد.
(۳) دوران غیرهمانی نمی‌تواند شیب خط را حفظ کند.
(۴) تجانس غیرهمانی نمی‌تواند اندازهٔ مساحت شکل را حفظ کند.

۱۱ - در تجانس به مرکز O و نسبت $k = ۳$، اگر پاره‌خط $A'B'$ مجانس پاره‌خط AB باشد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ چند برابر مساحت AOB است؟

(۱) ۳　(۲) ۴　(۳) ۸　(۴) ۹

۱۲ - نقاط A و B در یک طرف خط d و به‌ترتیب به فاصلهٔ ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند. بازتاب این نقاط نسبت به خط d را A' و B' می‌نامیم. اگر چهارضلعی $AA'B'B$ محیطی باشد، مساحت آن کدام است؟

(۱) ۱۰　(۲) ۲۰　(۳) ۴۰　(۴) ۸۰

۱۳ - در مثلث ABC، $BC = ۴$، $\hat{B} = ۱۵^\circ$ و $\hat{C} = ۷۵^\circ$ و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشد. اگر H' و H'' به‌ترتیب بازتاب یافتهٔ نقطهٔ H نسبت به AB و AC باشند، اندازهٔ $H'H''$ کدام است؟

(۱) ۱　(۲) ۲　(۳) ۴　(۴) ۸

۱۴ - نقطهٔ O به فاصلهٔ ۶ واحد از خط d مفروض است. اگر دوران یافتهٔ d حول نقطهٔ O و به زاویهٔ ۶۰ درجه، d را در نقطهٔ M قطع کند، اندازهٔ OM کدام است؟

(۱) $\frac{۸}{۳}\sqrt{۳}$　(۲) $۸\sqrt{۳}$　(۳) $\frac{۴}{۳}\sqrt{۳}$　(۴) $۴\sqrt{۳}$

۱۵ - دو خط عمود بر هم d و d' مفروض‌اند. نقاط صفحه را ابتدا نسبت به خط d و سپس تصاویر آن‌ها را نسبت به d' بازتاب می‌دهیم. اگر ترکیب این دو بازتاب را یک تبدیل فرض کنیم، کدام گزاره در مورد این تبدیل همواره درست است؟

(۱) این تبدیل، شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ می‌کند.
(۲) این تبدیل، شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ نمی‌کند.
(۳) این تبدیل، شیب خطوط را حفظ کرده ولی جهت اشکال را حفظ نمی‌کند.
(۴) این تبدیل، جهت اشکال را حفظ کرده ولی شیب خطوط را حفظ نمی‌کند.

۱۶ - مثلث ABC را با بردار $\overrightarrow{AA'}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر A' روی ضلع AB و $\frac{A'A}{A'B} = ۲$ باشد، اندازهٔ مساحت ناحیهٔ مشترک بین این دو مثلث چه کسری از مساحت مثلث $A'B'C'$ است؟

(۱) $\frac{۱}{۲}$　(۲) $\frac{۱}{۳}$　(۳) $\frac{۱}{۴}$　(۴) $\frac{۱}{۹}$

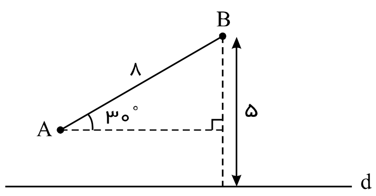
۱۷ - دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ واحد و مربعی به ضلع ۱ واحد مفروض‌اند. فاصلهٔ مرکز دایره تا محل برخورد قطرهای مربع برابر ۶ واحد است. اگر مجانس این مربع در یک تجانس معکوس درون دایره محاط شود، آن‌گاه فاصلهٔ مرکز تجانس تا مرکز دایره کدام است؟

① ۲ ② ۴ ③ ۶ ④ ۱۲

۱۸ - مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC(\hat{A}=90^\circ)$ با اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B}=27^\circ$ مفروض است. هریک از رأس‌های این مثلث را باید تبدیل طولپای T به مکانی جدید در صفحه منتقل می‌کنیم تا متناظراً مثلث $A'C'B'$ حاصل شود. اندازهٔ زاویهٔ $A'B'C'$ کدام است؟ (نقاط A'، B' و C'، به‌ترتیب، تبدیل یافتهٔ نقاط A، B و C هستند.)

① 27° ② 54° ③ 63° ④ 36°

۱۹ - در شکل زیر، بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d را A' و B' می‌نامیم. مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ کدام است؟



① $12\sqrt{3}$
② $24\sqrt{3}$
③ $36\sqrt{3}$
④ $48\sqrt{3}$

۲۰ - کدام گزینه در مورد تبدیل طولپا همواره درست است؟

① تبدیل طولپا شیب خطوط را حفظ می‌کند.
② تبدیل طولپا جهت شکل را حفظ می‌کند.
③ تبدیل طولپا فقط یک نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
④ تبدیل طولپا اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند.

۲۱ - کدام مورد نادرست است؟

① بازتاب، انتقال و دوران اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کنند.
② انتقال و دوران جهت اشکال را حفظ می‌کنند.
③ بازتاب و دوران اندازهٔ مساحت اشکال را لزوماً حفظ می‌کنند.
④ انتقال و بازتاب شیب خطوط را حفظ می‌کنند.

۲۲ - مثلث ABC را با بردار $\overrightarrow{CC'}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر C' روی ضلع AC و $CC'=3AC'$ باشد، اندازهٔ مساحت ناحیهٔ مشترک بین این دو مثلث چه کسری از مساحت مثلث $A'B'C'$ است؟

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{16}$

۲۳ - مثلث ABC را تحت دوران به مرکز محل همرسی عمودمنصف‌های مثلث با زاویهٔ ۱۸۰ درجه بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌کنیم. اگر شعاع دایرهٔ محاطی و محیطی مثلث ABC برابر ۲ و ۵ باشد، طول AA' کدام است؟ (A'، B' و C' به ترتیب تبدیل یافتهٔ نقاط A، B و C هستند.)

① ۲ ② ۴ ③ ۵ ④ ۱۰

۲۴ - یک هشت‌ضلعی منتظم را حول مرکز دایرهٔ محیطی آن و با اندازهٔ کوچک‌ترین زاویهٔ دوران ممکن (α)، دوران می‌دهیم تا بر خودش منطبق شود. تعداد نقاط ثابت این تبدیل و اندازهٔ زاویهٔ دوران کدام است؟ ($\alpha > 0$)

① یک نقطه - ۲۲٫۵ درجه ② یک نقطه - ۴۵ درجه ③ بی‌شمار نقطه - ۲۲٫۵ درجه ④ بی‌شمار نقطه - ۴۵ درجه

۲۵ - یک مثلث به مساحت ۵۴ را تحت برداری که ابتدای آن یک رأس مثلث و انتهای آن محل همرسی میانه‌های مثلث است، انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیهٔ مشترک بین مثلث و تصویرش کدام است؟

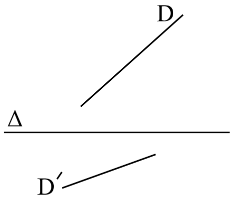
① ۳ ② ۴ ③ ۶ ④ ۹

۲۶ - نقطهٔ A به فاصلهٔ $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطهٔ A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطهٔ A' می‌نامیم. اگر نقطهٔ A را حول نقطهٔ A' به اندازهٔ 120° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود. آنگاه طول پاره‌خط AA'' کدام است؟

① $15\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $9\sqrt{2}$

هندسه2

۲۷- سه خط D، D' و Δ مطابق شکل مفروض‌اند. به کمک تبدیل بازتاب، چند جفت نقطهٔ A و A' می‌توان پیدا کرد به‌گونه‌ای که A روی خط D و A' روی خط D' بوده و خط Δ عمود منصف پاره‌خط AA' باشد؟

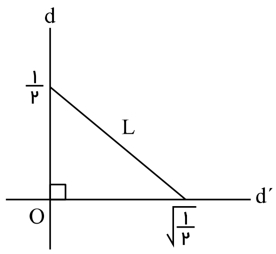


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) هیچ

۲۸- دایرهٔ C را در تجانسی با نسبت ۳ بر دایرهٔ C' تصویر می‌کنیم. اگر C و C' مماس داخل و فاصلهٔ مراکز آن‌ها برابر ۴ باشد. مساحت ناحیهٔ محدود بین دو دایره چقدر است؟

۱) ۱۴π
۲) ۱۶π
۳) ۲۸π
۴) ۳۲π

۲۹- در شکل زیر، اگر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\sqrt{\sqrt{۲}+۱}$ تصویر کنیم و آن را L' بنامیم، آن‌گاه مساحت بین خط L و L' و خطوط d و d' چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

۳۰- کدام گزینه درمورد تبدیل همانی نادرست است؟

۱) اگر تبدیل همانی باشد، آنگاه همواره طولپاست.
۲) اگر تبدیل همانی باشد، آنگاه بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
۳) اگر تبدیل همانی نباشد، آنگاه بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل ندارد.
۴) اگر تبدیل انتقالی همانی نباشد، آنگاه نقطهٔ ثابت تبدیل ندارد.

۳۱- شش‌ضلعی منتظم $ABCDEF$ را با بردار $\overrightarrow{CD}$ انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیهٔ مشترک بین شش‌ضلعی و تصویرش چه کسری از مساحت شش ضلعی منتظم است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

۳۲- اگر R تبدیل دوران حول نقطهٔ O با زاویهٔ ۴۰ درجه و فاصلهٔ نقطهٔ A تا $R(R(R(A)))$ برابر ۲ باشد، آنگاه طول OA کدام است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$
۳) ۲
۴) $۲\sqrt{۳}$

۳۳- طول ضلع مربع $ABCD$ برابر ۲ است. M نقطه‌ای دلخواه روی AD و N وسط CD است. بازتاب MN نسبت‌به خط AB را $M'N'$ و بازتاب $M'N'$ نسبت‌به خط CD را $M''N''$ می‌نامیم. مساحت چهارضلعی $MNN''M''$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۴- مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC به‌طول اضلاع $AB = AC = ۴$ مفروض است. نقطهٔ M روی ضلع AB طوری قرار دارد که $AM = ۳$ است. اگر M' بازتاب‌یافتهٔ M نسبت‌به خط BC و نقطهٔ M'' بازتاب‌یافتهٔ M' نسبت‌به خط AC باشد، آنگاه طول MM'' کدام است؟

۱) ۵
۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) ۷
۴) $۷\sqrt{۲}$

۳۵- خط L روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط عمود بر هم d و d' واقع است. خط L را با برداری به اندازهٔ یک واحد در راستای نیمساز دیگر زاویهٔ بین d و d' انتقال می‌دهیم. مساحت محصور بین تصویر L و خطوط d و d' کدام است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) $۲\sqrt{۲}$

۳۶- دایرهٔ $C(O, \sqrt{۲})$ تحت دورانی به مرکز A و با زاویهٔ ۳۰ درجه یا تحت تجانسی بر دایرهٔ C' تصویر می‌شود. اگر $OA = ۴$ باشد، فاصلهٔ مرکز تجانس تا خط شامل OA کدام است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) $۲\sqrt{۲}$

۳۷- در یک انتقال رأس مثلثی به مرکز ثقل آن منتقل شده است. مساحت ناحیهٔ مشترک بین مثلث و تصویرش، چه کسری از مساحت مثلث اولیه است؟

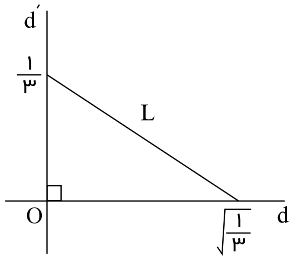
① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۱}{۴}$ ③ $\frac{۱}{۹}$ ④ $\frac{۴}{۹}$

۳۸- مثلث ABC به طول اضلاع $BC = ۱۲$ و $AC = ۲۰$ را حول رأس C دوران می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر $AA' = ۱۰$ باشد، آن‌گاه طول BB' کدام است؟

① ۵ ② ۶ ③ ۱۰ ④ ۱۲

۳۹- دایرهٔ $C(O,۳)$ و نقطهٔ M به فاصلهٔ ۶ از مرکز آن مفروض اند. این دایره را در تجانس به مرکز M و نسبت تجانس $\frac{۱}{۳}$ بر دایرهٔ C' تصویر می کنیم. وضعیت دو دایرهٔ C و C' نسبت به هم چگونه است؟

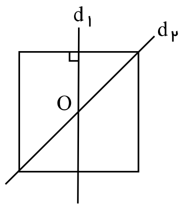
① متخارج ② متقاطع ③ مماس درون ④ مماس برون



۴۰- در شکل مقابل خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت $\sqrt{\sqrt{۳}+۱}$ بر خط L' تصویر می‌کنیم. مساحت محصور بین خط L و L' و خطوط d و d' کدام است؟

① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۱}{۶}$ ③ $\frac{۱}{۹}$ ④ $\frac{۱}{۱۲}$

۴۱- بازتاب مربع را ابتدا نسبت به خط d_1 و سپس بازتاب شکل حاصل را نسبت به خط d_2 رسم می‌کنیم. تبدیلی که مربع اولیه را به آخرین شکل تصویر می‌کند، چند نقطهٔ ثابت تبدیل دارد؟ (O مرکز مربع است.)



① صفر ② بی‌شمار ③ ۱ ④ ۲

۴۲- اگر G مرکز ثقل مثلث ABC و مساحت محصور بین مثلث و تصویر آن تحت انتقال با بردار $\overrightarrow{BG}$ برابر ۶ واحد مربع باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

① ۳۵ ② ۴۲ ③ ۵۳ ④ ۵۴

۴۳- مساحت سطح محصور بین یک مربع و تبدیل یافتهٔ آن تحت تجانس به مرکز یکی از رأس‌های مربع و نسبت $\frac{۳}{۲}$، برابر ۱۵ است، مساحت مربع اولیه کدام است؟

① ۸ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۲

۴۴- در رسم بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC، به‌طوری که یک ضلع مربع منطبق بر ضلع BC باشد. از کدام تبدیل هندسی، استفاده می‌شود؟

① انتقال ② تجانس ③ بازتاب ④ دوران

۴۵- تناظر T در صفحهٔ P، هر نقطه را به قرینهٔ آن نسبت به مبدأ مختصات نظیر می‌کند. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

① T تبدیل نیست.
② T تبدیل است ولی طولپا نیست.
③ T یک تبدیل طولپا است ولی شیب خط‌ها را ثابت نگه نمی‌دارد.
④ T یک تبدیل طولپا است که شیب خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد.

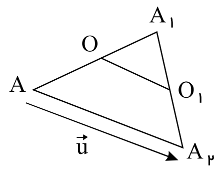
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ درواقع مثلث ACD، دوران یافته‌ی مثلث ABE به مرکز A و زاویه‌ی 40° است. پس زاویه‌ی حاده‌ی بین BE و CD برابر 40° است و داریم:

$\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

۲ - گزینه ۱ در مثلث AA_1A_2، پاره‌خط OO_1، نقاط وسط دو ضلع را به‌هم وصل کرده است، پس: $OO_1 || AA_2, OO_1 = \frac{AA_2}{2}$ اما، OO_1 پاره‌خط ثابتی است، لذا:

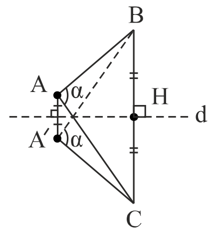
$$\overrightarrow{AA_2} || \overrightarrow{OO_1}, |\overrightarrow{AA_2}| = 2|\overrightarrow{OO_1}|$$



یعنی، نقطه‌ی A در یک انتقال به بردار معلوم $\overrightarrow{AA_2} = u$ به نقطه‌ی A_2 تبدیل می‌شود.

۳ - گزینه ۳ می‌دانیم که محور بازتاب، عمود منصف نقطه و تصویرش می‌باشد. در این سوال نقاط B و C بازتاب هم هستند، پس محور بازتاب عمود منصف BC می‌باشد. در این بازتاب A'، تصویر A تحت بازتاب به محور خط d (عمود منصف BC) می‌باشد. همچنین چون بازتاب زوایا را حفظ می‌کند. داریم:

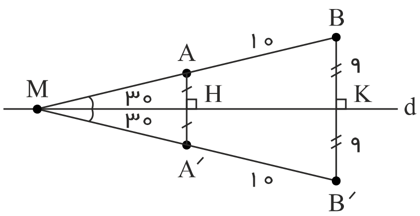
$$B\overset{\triangle}{A'}C = B\overset{\triangle}{A}C = \alpha$$



۴ - گزینه ۱

مطابق شکل d محور عمود بازتاب است. اولا محور بازتاب عمود منصف پاره‌خط و اصل نقاط اولیه و تصویر است. ثانیاً بازتاب محوری طولپاست. یعنی: $AB = A'B' = 10 \quad , \quad MA = MA'$

ثالثاً بازتاب محوری زوایا را حفظ می‌کند. یعنی: $A\hat{M}H = A'\hat{M}H = 30$



داریم:

$$A\overset{\triangle}{M}H : H = 90^\circ, \hat{M} = 30^\circ \Rightarrow AM = 2AH$$

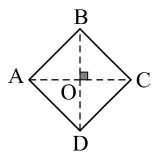
$$B\overset{\triangle}{M}K : K = 90^\circ, \hat{M} = 30 \Rightarrow BM = 2BK = 2 \times 9 = 18$$

$$\Rightarrow AM = MB - AB = 18 - 10 = 8$$

$$\Rightarrow AM = A'M = 8, MB = MB' = 18 \Rightarrow \frac{MA}{MB'} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۵ - گزینه ۳ می‌دانیم که:

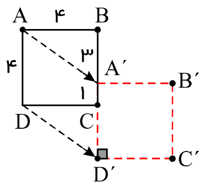
$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2 \Rightarrow AC \cdot BD = 4$$



همچنین از آنجا که دوران ایزومتری می‌باشد، پس مساحت $A'B'C'D'$ با مساحت $ABCD$ یکسان است. مساحت $A'B'C'D'$ برابرست با:

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{A'C' \cdot B'D'}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2 \Rightarrow A'C' \cdot B'D' = 4$$

۶ ـ گزینه ۴



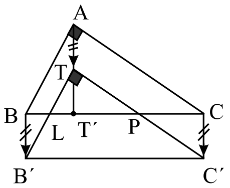
$$A'C = ۱, BC = ۴ \Rightarrow A'B = ۳$$

$$AA'^{۲} = ۴^{۲} + ۳^{۲} = ۵^{۲} \Rightarrow AA' = ۵$$

$$\text{بردار انتقال } \left|\vec{V}\right| = \left|\overrightarrow{AA'}\right| = \left|\overrightarrow{DD'}\right| = ۵$$

۷ ـ گزینه ۲

در انتقال شیب خط حفظ می‌شود. داریم:



AT بردار انتقال $\Rightarrow TL \parallel AB, TP \parallel AC \Rightarrow T\overset{\Delta}{P}L \sim A\overset{\Delta}{B}C$

$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{TPL}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow$ نسبت تشابه $k = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{LP}{BC} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow LP = \frac{BC}{۴} = \frac{۸}{۴} = ۲$

$\frac{TT'}{AT'} = \frac{۱}{۴}, AT' = \frac{BC}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ \Rightarrow \frac{TT'}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow TT' = ۱ \Rightarrow AT = AT' - TT' = ۴ - ۱ = ۳$

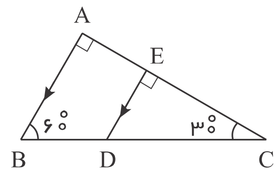
۸ ـ گزینه ۳ تبدیل همانی تبدیلی است که هر نقطه از صفحه را بر خود آن نظیر نماید. به این ترتیب طول پاره‌خط‌ها تغییر نمی‌کند زیرا هر پاره‌خط بر خودش منطبق است. همچنین همهٔ نقاط صفحه نقاط ثابت تبدیل هستند زیرا جابه‌جا نمی‌شوند.

از مهم‌ترین تبدیل‌های همانی می‌توان انتقال با بردار صفر و دوران با زاویهٔ صفر و تجانس با نسبت $K = ۱$ را معرفی نمود.

بازتاب نمی‌تواند از تبدیل همانی باشد به‌جز نقاط روی محور بازتاب که برخودشان تصویر می‌شوند.

۹ ـ گزینه ۳ باتوجه به داده‌های مسأله داریم:

$$B = ۶۰^\circ \ , \ DE \parallel AB \ , \ \hat{E} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۳۰^\circ$$



زاویهٔ بین CD و CE، ۳۰° است پس در تجانس به هر مرکزی و با هر نسبت K، زاویهٔ بین مجانس‌های CD و CE هم همان ۳۰° می‌باشد.

۱۰ ـ گزینه ۲ گزینه ۱: بازتاب در هر شرایطی اندازه زاویه را حفظ می‌نماید.

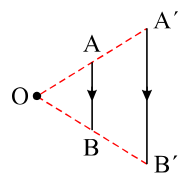
گزینه ۳: دوران هیچ‌گاه شیب خط را حفظ نمی‌کند مگر در حالتی که زاویه دوران ضریبی از $\alpha = ۱۸۰^\circ$ باشد.

گزینه ۴: تجانس زمانی همانی است که $k = ۱$ باشد. تجانس غیرهمانی با نسبت $k = -۱$ اندازه مساحت شکل را حفظ می‌کند.

گزینه ۲: انتقال غیر همانی، نقاط را جابجا می‌کند پس نقطه ثابت تبدیل ندارد.

۱۱ ـ گزینه ۳ در شکل مقابل $A'B'$ مجانس AB می‌باشد به مرکز O و $k = ۳$. داریم:

$$AB || A'B' \ , \ \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB} = ۳$$

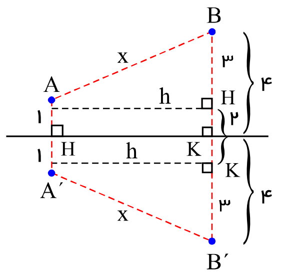


$$\Rightarrow O\overset{\Delta}{A}B \sim O\overset{\Delta}{A'}B' \Rightarrow \frac{S_{O\overset{\Delta}{A'}B'}}{S_{O\overset{\Delta}{A}B}} = ۹ \Rightarrow S_{O\overset{\Delta}{A'}B'} = ۹S_{O\overset{\Delta}{A}B}$$

$$\Rightarrow S_{ABB'A'} = S_{O\overset{\Delta}{A'}B'} - S_{O\overset{\Delta}{A}B} = ۹S_{O\overset{\Delta}{A}B} - S_{O\overset{\Delta}{A}B} = ۸S_{O\overset{\Delta}{A}B} \Rightarrow \frac{S_{ABB'A'}}{S_{O\overset{\Delta}{A}B}} = ۸$$

۱۲ - گزینه ۲

چهارضلعی $ABB'A'$ ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است. از طرفی اگر محیطی باشد، داریم:



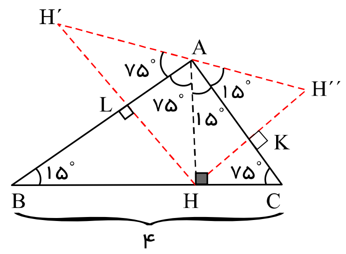
$AB = A'B' = x$ (بازتاب طولپاساست)

$ABB'A'$ محیطی $\Rightarrow x + x = ۸ + ۲ = ۱۰ \Rightarrow x = ۵$

$$HK = AA' = ۲ \ , \ BH = B'K = \frac{۸ - ۲}{۲} = ۳ \Rightarrow \overset{\Delta}{ABH} : h^{۲} = ۵^{۲} - ۳^{۲} = ۴^{۲} \Rightarrow h = ۴$$

$$S_{ABB'A'} = \frac{(۸ + ۲) \times ۴}{۲} = ۲۰$$

۱۳ - گزینه ۲ مطابق شکل داریم:



$$\hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \ , \ \hat{H} = ۹۰^\circ \Rightarrow C\hat{A}H = ۱۵^\circ \ , \ B\hat{A}H = ۷۵^\circ$$

$$H''\hat{A}K = ۱۵^\circ \ , \ H'\hat{A}L = ۷۵^\circ$$

بنابراین:

$$H'\hat{A}H'' = ۱۸۰^\circ$$

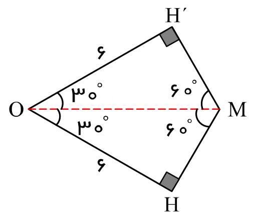
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{AHH''} : HK = KH'' \ , \ K = ۹۰^\circ \Rightarrow AH = AH'' \\ \overset{\Delta}{AHH'} : HL = H'L \ , \ L = ۹۰^\circ \Rightarrow AH = AH' \end{cases} \Rightarrow AH' + AH'' = ۲AH$$

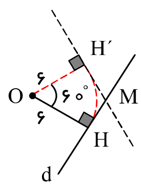
مثلث ABC قائم‌الزاویه است که زاویهٔ ۱۵° دارد پس:

$$AH = \frac{۱}{۴}BC = \frac{۱}{۴} \times ۴ = ۱ \Rightarrow H'H'' = ۲AH = ۲$$

۱۴ - گزینه ۴

می‌دانیم که OMH' و OMH به حالت وتر و یک ضلع همنهشت هستند. داریم:

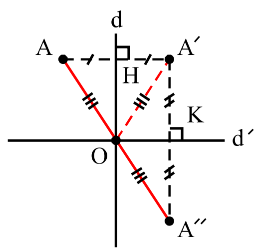




$$\overset{\Delta}{OMH} : O\hat{M}H = ۶۰^\circ = \sin ۶۰^\circ = \frac{۶}{OM} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow OM = \frac{۱۲}{\sqrt{۳}} = ۴\sqrt{۳}$$

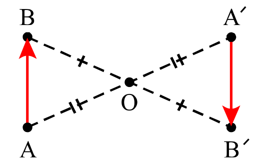
۱۵ - گزینه ۱ مطابق شکل، A' بازتاب A نسبت به d و A'' بازتاب A' نسبت به d' می‌باشد. داریم:

$$\begin{cases} AH = A'H \ , \ H = ۹۰^\circ \Rightarrow OA = OA' \\ A'K = A''K \ , \ K = ۹۰^\circ \Rightarrow OA' = OA'' \end{cases} \Rightarrow OA = OA''$$



بنابراین A'' دوران‌یافتهٔ A به مرکز O و زاویهٔ ۱۸۰° می‌باشد. در این تبدیل شیب خط حفظ می‌شود و جهت اشکال تغییر نمی‌کند.

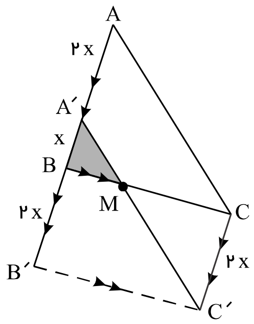
جهت ساعتگرد: $AB, A'B'$, $AB \parallel A'B'$



دوران به مرکز O
و زاویه ۱۸۰°

۱۶ - گزینه ۴ مطابق شکل مثلث ABC با بردار AA' انتقال یافته است.

داریم:



$$BB' \parallel AA' \ , \ BB' = AA'$$

$$CC' \parallel AA' \ , \ CC' = AA'$$

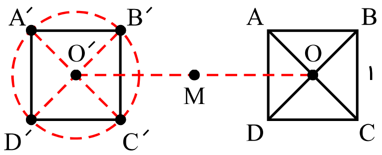
$$\frac{AA'}{A'B} = ۲ \ , \ A'B = x \ \Rightarrow AA' = ۲x \Rightarrow BB' = CC' = ۲x$$

می‌دانیم که انتقال طولپاست، پس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ همنهشت و مساحت‌های برابر دارند. داریم:

$$BM \parallel B'C' \Rightarrow \overset{\triangle}{A'BM} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{A'BM}}}{S_{\overset{\triangle}{A'B'C'}}} = (\frac{x}{۳x})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

۱۷ - گزینه ۲

در مربع $A'B'C'D'$ داریم:

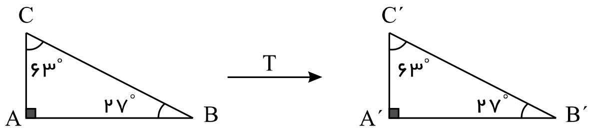


$$\overset{\triangle}{A'O'B'} : \hat{O'} = ۹۰^\circ \ , \ O'A' = O'B' = \sqrt{۲} \Rightarrow A'B'^۲ = \sqrt{۲} \times O'A' = \sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = ۲$$

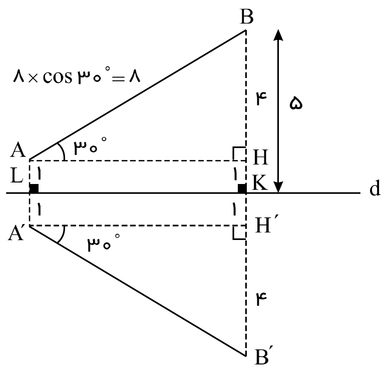
نسبت تجانس : $K = \frac{AB}{A'B'} = \frac{۱}{۲}$, $OO' = ۶ \Rightarrow \frac{OM}{O'M} = K = \frac{۱}{۲} \Rightarrow OM = ۲$, $O'M = ۴$

۱۸ - گزینه ۳

چون تبدیل T طولپای می‌باشد، بنابراین، $A'\hat{C'}B' = ۶۳^\circ$ می‌باشد.



۱۹ - گزینه ۲



$$\overset{\triangle}{ABH} : BH = \frac{AB}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ \Rightarrow BH = B'H' = ۴$$

$$\Rightarrow HK = ۵ - ۴ = ۱ \Rightarrow HK = H'K = AL = A'L = ۱$$

$$\overset{\triangle}{ABH} : AH = ۸ \times \cos ۳۰^\circ = ۸ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow A'H' = AH = ۴\sqrt{۳}$$

$$AA'||BB' \Rightarrow S_{ABB'A'} = \frac{(AA'+BB')\times AH}{۲} = \frac{(۲+۱۰)\times ۴\sqrt{۳}}{۲} = ۲۴\sqrt{۳}$$

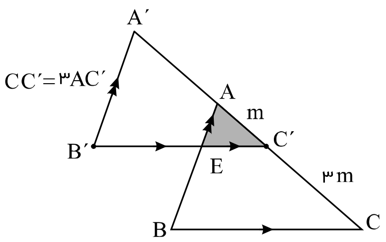
۲۰ – گزینه ۴ تبدیل طولپا، اندازه‌ها را حفظ می‌کند. همچنین این تبدیل اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند.

اگر تبدیلی مثل بازتاب که طولپاست در نظر بگیریم، این تبدیل شیب خطوط و جهت شکل را حفظ نمی‌کند و بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

۲۱ – گزینه ۴ انتقال، شیب خطوط را حفظ می‌کند امّا بازتاب الزاماً شیب خطوط را حفظ نمی‌کند.

۲۲ – گزینه ۴

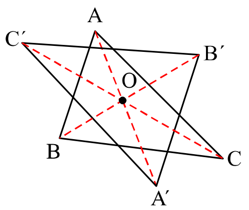
مطابق شکل روبه‌رو مثلث ABC با بردار CC' انتقال یابد و $A'B'C'$ بدست می‌آید. انتقال طولپاست پس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ همنهشت هستند. داریم:



$$C'E \parallel BC \Rightarrow \frac{C'E}{BC} = \frac{m}{۴m} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{AEC'}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = (\frac{۱}{۴})^۲ = \frac{۱}{۱۶}$$

۲۳ – گزینه ۴

مطابق شکل مثلث $A'B'C'$، دوران یافتهٔ ABC، به مرکز O و زاویهٔ ۱۸۰° می‌باشد. دوران طولپاست. پس داریم: $OA = OA'$

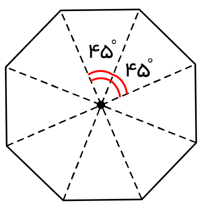


از طرفی O محل همرسی هومدمنصف‌ها و مرکز دایرهٔ محیطی مثلث می‌باشد. پس:

$$OA = OB = OC = ۵ \Rightarrow OA = OA' = ۵ \Rightarrow AA' = ۱۰$$

۲۴ – گزینه ۲

زاویهٔ مرکزی هر هشت‌ضلعی منتظم، $۴۵^\circ = \frac{۳۶۰^\circ}{۸}$ است.



در دوران به مرکز دایرهٔ محیطی و زاویهٔ ۴۵°، هشت‌ضلعی بر خودش منطبق می‌شود. پس کمترین زاویه ۴۵° می‌باشد.

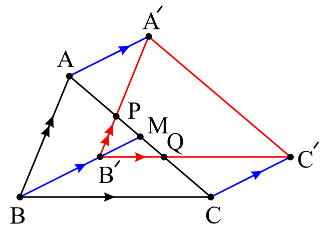
در دوران با زاویه ۳۶۰°، هر نقطه بر خودش منطبق می‌شود. اگر زاویهٔ دوران بجز ۳۶۰° و ضرایب آن باشد، نقاط بر خودشان منطبق نمی‌شوند. بنابراین تنها نقطهٔ ثابت مرکز دوران می‌باشد.

۲۵ – گزینه ۳ مطابق شکل مثلث ABC، با انتقالی با بردار BB' به $A'B'C'$ تبدیل می‌شود. داریم:

$$PB'||AB, B'Q||BC \Rightarrow \overset{\triangle}{PB'Q} \sim \overset{\triangle}{ABC}$$

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{B'M}{BM} = \frac{۱}{۳}$$

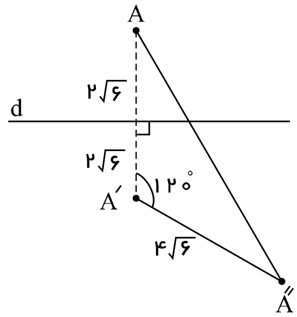
$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{B'PQ}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{B'PQ}} = \frac{۵۴}{۹} = ۶$$



نکته: محل همرسی میانه‌ها آن را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند.

۲۶ – گزینه ۲ مطابق شکل A' بازتاب A نسبت به d و A'' دوران‌یافتهٔ A به مرکز A' و زاویهٔ ۱۲۰° می‌باشد، داریم:

هندسه۲



$$AA' = A'A'' = ۴\sqrt{۶}$$

$\overset{\triangle}{AA'A''}$: قضیهٔ کسینوس‌ها

$$AA''^{۲} = AA'^{۲} + A'A''^{۲} - ۲AA' \cdot A'A'' \times \cos ۱۲۰^\circ$$

$$AA''^{۲} = (۴\sqrt{۶})^{۲} + (۴\sqrt{۶})^{۲} + ۲ \times ۴\sqrt{۶} \times ۴\sqrt{۶} \times \frac{۱}{۲}$$

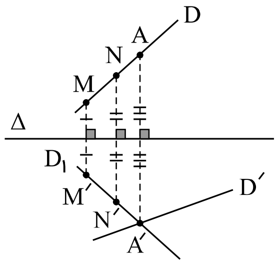
$$= ۹۶ + ۹۶ + ۹۶ = ۲۸۸ \Rightarrow AA'' = ۱۲\sqrt{۲}$$

۲۷ - گزینه ۱

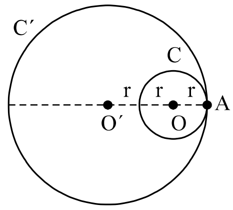
از آنجاکه Δ عمود منصف AA' است پس A' بازتاب A نسبت به محور خط Δ می‌باشد.

برای یافتن A'، خط D را نسبت به Δ بازتاب می‌دهیم تا محل برخورد آن با D'، نقطهٔ A' به‌دست می‌آید.

اگر همین عمل را روی D' انجام دهیم همان نقطهٔ A به دست می‌آید. پس پاسخ تنها A و A' می‌باشد.



۲۸ - گزینه ۴ مطابق شکل C' مجانس C به نسبت $k = ۳$ می‌باشد. داریم:



$$O'A = ۳OA \Rightarrow OO' = ۲r = ۴ \Rightarrow r = ۲$$

$$S_C = \pi \times ۲^{۲} = ۴\pi \quad , \quad S_{C'} = \pi(۳ \times ۲)^{۲} = ۳۶\pi$$

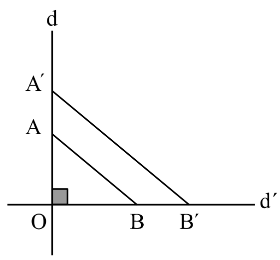
مساحت بین دو دایره $= ۳۶\pi - ۴\pi = ۳۲\pi$

۲۹ - گزینه ۲

مطابق شکل $A'B'$ مجانس AB به مرکز O و نسبت تجانس $\sqrt{۱+\sqrt{۲}}$ می‌باشد.

توجه کنیم که $\sqrt{۱+\sqrt{۲}} > ۱$ می‌باشد و پس $A'B' > AB$.

داریم:



$$S_{\overset{\triangle}{AOB}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۴}\sqrt{\frac{۱}{۲}}$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{A'OB'}}}{S_{AOB}} = (\sqrt{۱+\sqrt{۲}})^{۲} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{A'OB'}} = (۱+\sqrt{۲}) \times \frac{۱}{۴} \times \sqrt{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{A'OB'}} = \frac{۱}{۴} \times (\frac{۱}{\sqrt{۲}} + ۱)$$

بین دو خط $S = \frac{۱}{۴}(\frac{۱}{\sqrt{۲}} + ۱) - \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۴}$

۳۰ - گزینه ۳ تبدیل T را تبدیل همانی گوییم، هرگاه به‌ازای هر نقطهٔ A از صفحهٔ P داشته باشیم: $T(A) = A$

تبدیل همانی هر نقطه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند. پس تمام نقاط صفحه نقطهٔ ثابت تبدیل هستند. (درستی گزینهٔ ۲)

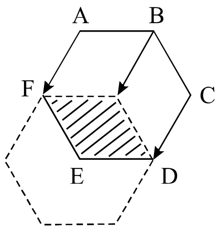
اگر دو نقطهٔ A و B را داشته باشیم برای تبدیل همانی T داریم:

$T(B) = B$ و $T(A) = A$ پس $AB = AB$. بنابراین تبدیل همانی همواره طولپاست. (درستی گزینهٔ ۱)

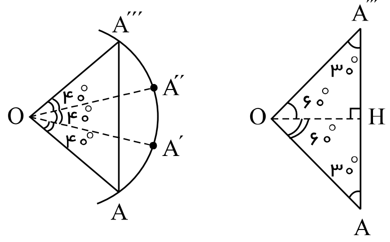
در انتقال غیرهمانی موقعیت تمام نقاط را تغییر می‌دهیم، پس این تبدیل هیچ‌گاه نقطهٔ ثابت ندارد. (درستی گزینهٔ ۴)

تبدیل بازتاب تبدیل همانی نیست، اما بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد. (نادرستی گزینهٔ ۳)

۳۱ - گزینه ۲ چون تبدیل انتقال طولپاست، پس شش‌ضلعی منتظم و تصویرش هم‌نهشت هستند، یعنی تمام اضلاع برابر بوده و ناحیهٔ مشترک یک لوزی است. مساحت این لوزی شامل دو مثلث متساوی‌الاضلاع است و مساحت شش‌ضلعی منتظم شامل شش مثلث متساوی‌الاضلاع است، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها $\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶}$ می‌باشد.

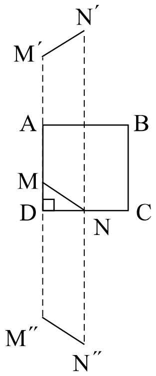


۳۲ - گزینه ۲ $R(R(R(A)))$ سه بار ترکیب تبدیل دوران ۴۰درجه به مرکز O است که معادل تبدیل دوران به مرکز O با زاویهٔ $۳ \times ۴۰^\circ = ۱۲۰^\circ$ است، مطابق شکل داریم:



$$\sin ۶۰^\circ = \frac{AH}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱}{OA} \Rightarrow OA = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

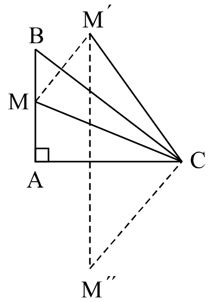
۳۳ - گزینه ۴ دو محور بازتاب AB و CD موازی هستند، پس ترکیب این دو بازتاب معادل تبدیل انتقال است، پس $M''N''$ انتقال‌یافتهٔ MN است. طول بردار انتقال، دو برابر فاصلهٔ AB تا CD است و راستای انتقال عمودی است، بنابراین $MNN''M''$ متوازی‌الاضلاع است و داریم:



$$\begin{cases} MM'' = ۲AD = ۴ \\ DN = \dfrac{CD}{۲} = ۱ \end{cases} \Rightarrow S_{MNN''M''} = MM'' \times DN = ۴$$

۳۴ - گزینه ۲ ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع معادل یک دوران است و اندازهٔ زاویهٔ دوران دو برابر زاویهٔ بین محورها می‌باشد.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ MAC داریم:



$$CM^۲ = AM^۲ + AC^۲ = ۳^۲ + ۴^۲ \Rightarrow CM = ۵$$

از طرفی M'' دوران‌یافتهٔ نقطهٔ M به مرکز C و زاویهٔ دوران دو برابر $A\hat{C}B$ است. پس:

$$A\hat{C}B = ۴۵^\circ \Rightarrow M\hat{C}M'' = ۹۰^\circ$$

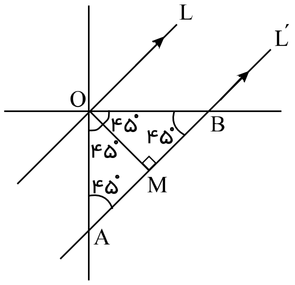
$$R(M) = M'' \Rightarrow CM = CM'' = ۵$$

بنابراین مثلث MCM'' قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، درنتیجه:

$$MM'' = \sqrt{۲}CM = \sqrt{۲} \times ۵ = ۵\sqrt{۲}$$

۳۵ - گزینه ۱

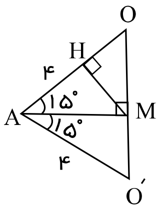
مطابق شکل، L' تصویر خط L، بردار انتقال $\vec{OM} = ۱$ می‌باشد. برای یافتن مساحت مثلث OAB داریم:



$$\begin{cases} OM = MB = ۱ \\ OM = AM = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} S_{\overset{\Delta}{OMB}} = \frac{۱}{۲} \times OM \times MB = \frac{۱}{۲} \\ S_{\overset{\Delta}{OAM}} = \frac{۱}{۲} \times OM \times AM = \frac{۱}{۲} \end{matrix} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AOB}} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۱$$

۳۶ - گزینه ۱

مطابق شکل شعاع دو دایره حاصل از دوران برابر است چون دوران طولپاست، تحت تجانسی که C بر C' منطبق شود، از آن‌جایی که تجانس همانی نیست پس $K = -۱$، (ضریب تجانس) می‌باشد. مرکز تجانس وسط OO' می‌باشد. مطابق شکل داریم:

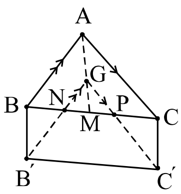


$$A\overset{\Delta}{O}M : M = ۹۰^\circ \ , \ A = ۱۵^\circ \Rightarrow MH = \frac{۱}{۴} \ , \ OA = ۱$$

در مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۱۵° ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ وتر است.

۳۷ - گزینه ۳

مطابق شکل، $GB'C'$ انتقال یافتهٔ ABC با بردار $\overrightarrow{AG}$ می‌باشد. داریم:



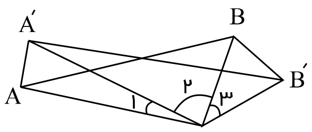
$$\begin{cases} PG || AC \Rightarrow \frac{PG}{AC} = \frac{GM}{AM} = \frac{PM}{MC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow PG = \frac{۱}{۳}AC \\ GN || AB \Rightarrow \frac{NG}{AB} = \frac{GM}{AM} = \frac{MN}{BM} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow NG = \frac{۱}{۳}AB \\ N\hat{G}P = B\hat{A}C \end{cases}$$

پس دو مثلث NGP و ABC متشابه‌اند و نسبت تشابه به آن‌ها $\frac{۱}{۳}$ است. پس داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{GNP}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

۳۸ - گزینه ۲

مطابق شکل در دوران به مرکز C و زاویهٔ دوران α، A به A' و B به B' دوران می‌یابد. داریم:



$$A'C = AC \ , \ B'C = BC \ , \ B\hat{C}B' = A\hat{C}A' = \alpha \Rightarrow A\hat{C}B = A'\hat{C}B' = \theta$$

در مثلث $A'B'C$ و ABC به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویهٔ θ متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{۱۰}{BB'} = \frac{۲۰}{۱۲} \Rightarrow BB' = ۶$$

۳۹ - گزینه ۴

میدانیم که $K = \frac{۱}{۳}$ نسبت تجانس. داریم:

$$K = \frac{MO'}{MO} = \frac{۱}{۳} \ , \ MO = ۶ \Rightarrow MO' = ۲ \Rightarrow OO' = ۴$$

$K=\frac{۱}{۳}=\frac{R'}{R}=\frac{۱}{۳}\ ,\ R=۳\Rightarrow R'=۱$

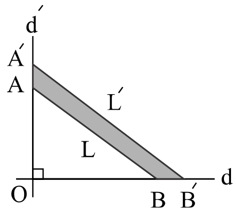
داریم:

$OO'=۴\ ,\ R+R'=۴\Rightarrow OO'=R+R'$

پس دو دایره مماس خارج‌اند.

۴۰ - گزینه ۲

اگر مساحت مثلث OAB برابر S باشد، مساحت مثلث $OA'B'$ برابر $k^۲S$ است. (دو شکل متجانس، همواره متشابه‌اند.)

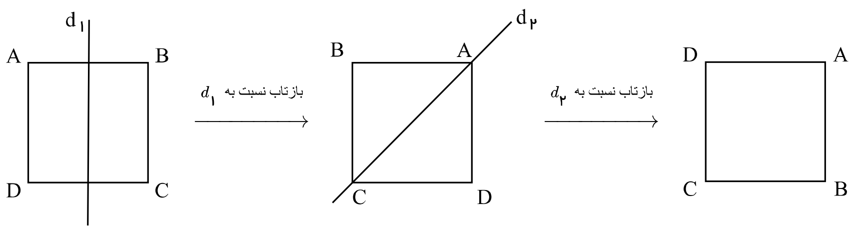


$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{۱}{۲}OA\times OB=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\sqrt{\frac{۱}{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۱۸}$$

$$S_{AA'B'B}=S_{\overset{\Delta}{OA'B'}}-S_{\overset{\Delta}{OAB}}=k^۲S-S=(k^۲-۱)S$$

$$\xrightarrow[S=\frac{\sqrt{۳}}{۱۸}]{k=\sqrt{\sqrt{۳}+۱}} S_{AA'B'B}=(\sqrt{۳}+۱-۱)\frac{\sqrt{۳}}{۱۸}=\frac{۱}{۶}$$

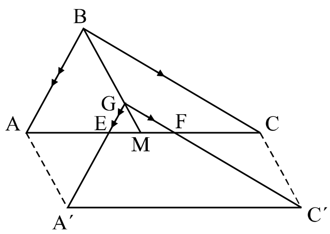
۴۱ - گزینه ۳



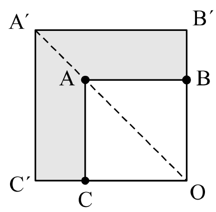
با توجه به شکل‌های بالا مربع به اندازهٔ دو برابر زاویهٔ بین محور بازتاب متقاطع یعنی ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران یافته است، بنابراین نقطهٔ ثابت تبدیل مرکز دوران (محل برخورد خطوط $d_۱$ و $d_۲$) است.

۴۲ - گزینه ۴

$$\overset{\Delta}{EFG}\sim\overset{\Delta}{ABC}(زز)\to\frac{S_{\overset{\Delta}{EFG}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=(\frac{GM}{BM})^۲\to\frac{۶}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=(\frac{۱}{۳})^۲\to S_{\overset{\Delta}{ABC}}=۵۴$$



۴۳ - گزینه ۴



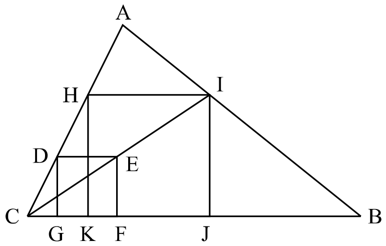
$S_{A'C'OB'}-S_{ACOB}=۱۵$

$k^۲S_{ACOB}-S_{ACOB}=۱۵$

$S_{ACOB}(k^۲-۱)=۱۵$

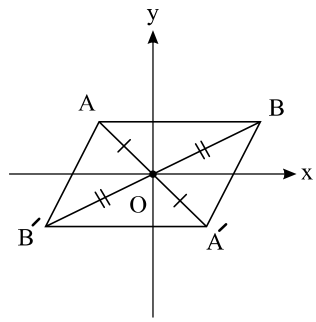
$\to S_{ACOB}(\frac{۹}{۴}-۱)=۱۵\to\frac{۵}{۴}S_{ACOB}=۱۵\to S_{ACOB}=۱۲$

۴۴ ـ گزینه ۲



مربع $DEFG$ را داخل مثلث ABC به گونه‌ای می‌سازیم که یکی از اضلاع آن روی ضلع BC واقع باشد. از رأس C به E وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا ضلع AB را در نقطهٔ I قطع کند. سپس از I خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در H قطع نماید. از نقاط H و I دو عمود HK و IJ را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. چهار ضلعی $HIJK$ بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC است به طوری که یک ضلع آن بر BC منطبق است و مجانس مربع در تجانس $DEFG$ به مرکز C می‌باشد.

۴۵ ـ گزینه ۴



$$\left.\begin{matrix} OA = OA' \\ OB = OB' \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{matrix} \text{چهار ضلعی } ABA'B' \text{ متوازی‌الاضلاع} \\ \text{است زیرا قطرهایش منصفند.} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} AB || A'B' \\ AB = A'B' \end{matrix}$$

در نتیجه:

T یک تبدیل طولپا است که شیب خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۸ - ۳	۱۵ - ۱	۲۲ - ۴	۲۹ - ۲	۳۶ - ۱	۴۳ - ۴
۲ - ۱	۹ - ۳	۱۶ - ۴	۲۳ - ۴	۳۰ - ۳	۳۷ - ۳	۴۴ - ۲
۳ - ۳	۱۰ - ۲	۱۷ - ۲	۲۴ - ۲	۳۱ - ۲	۳۸ - ۲	۴۵ - ۴
۴ - ۱	۱۱ - ۳	۱۸ - ۳	۲۵ - ۳	۳۲ - ۲	۳۹ - ۴	
۵ - ۳	۱۲ - ۲	۱۹ - ۲	۲۶ - ۲	۳۳ - ۴	۴۰ - ۲	
۶ - ۴	۱۳ - ۲	۲۰ - ۴	۲۷ - ۱	۳۴ - ۲	۴۱ - ۳	
۷ - ۲	۱۴ - ۴	۲۱ - ۴	۲۸ - ۴	۳۵ - ۱	۴۲ - ۴	