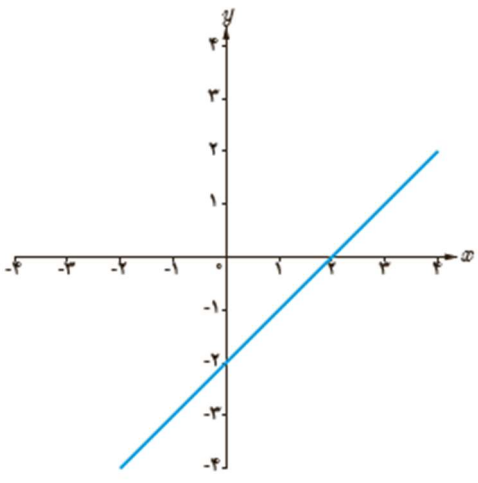
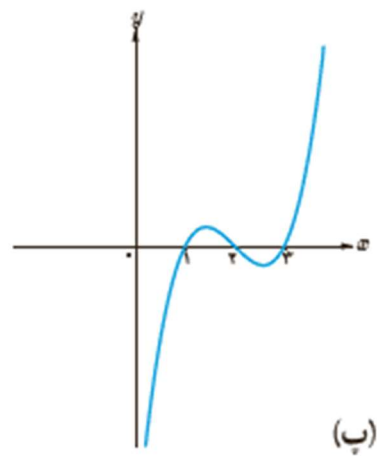
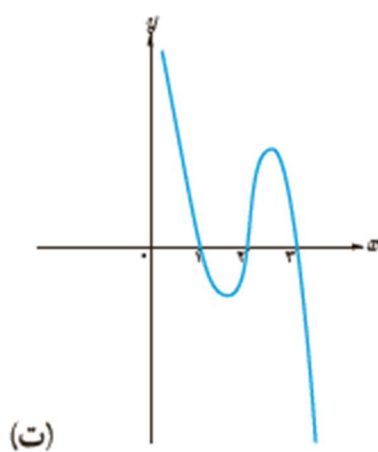
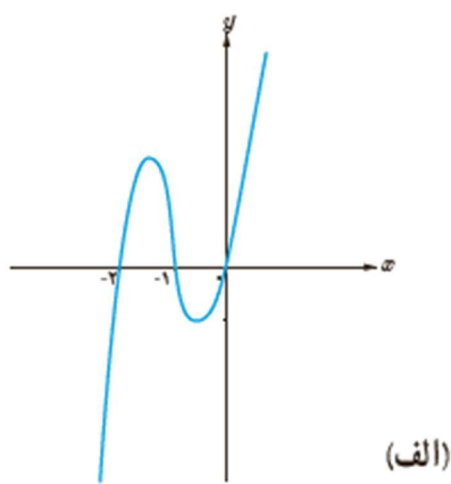
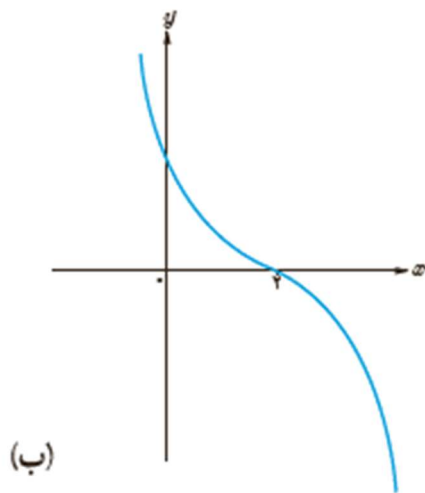


بسمه تعالی

نوبت : دوم	رشته : ریاضی	پایه : دوازدهم	سوالات استاندارد درس : حسابان (۲)
شامل ۱۵ سوال در ۴ صفحه	وقت آزمون : ۱۳۵ دقیقه	کلاس:	نام و نام خانوادگی:

ردیف	سوالات	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر تابع <math>f</math> در یک فاصله اکیدا نزولی باشد ، در این فاصله ، نزولی است . <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) در نقطه عطف ، علامت <math>f''</math> تغییر میکند . <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) چند جمله ای <math>x^2 + a^2</math> بر <math>x + a</math> بخش پذیر است . <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) اگر <math>f'(c) = 0</math> آنگاه <math>x = c</math> یک نقطه اکسترمم نسبی است . <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۲	<p>جملات زیر را کامل کنید .</p> <p>الف) اگر تابع <math>y = f(x)</math> در بازه <math>[a, b]</math> صعودی باشد ، علامت مشتق تابع <math>f</math> در این بازه ..... است .</p> <p>ب) مجانب افقی تابع <math>f(x) = \frac{2x-9}{x}</math> خط ..... است .</p>	۱
۳	<p>در هر یک از جملات زیر گزینه درست را از داخل پرانتز انتخاب کنید.</p> <p>الف) برای رسم نمودار <math>y = kf(x)</math> کافیسست ..... (عرض نقاط / طول نقاط) نمودار <math>f</math> را در عدد <math>k</math> ضرب کنیم .</p> <p>ب) نمودار <math>y = f(-x)</math> ، قرینه نمودار تابع <math>y = f(x)</math> نسبت به ..... (محور <math>x</math> ها / محور <math>y</math> ها) است .</p>	۱
۴	<p>گزینه صحیح را مشخص کنید .</p> <p>اگر شکل زیر مربوط به نمودار تابع <math>f''</math> باشد ، کدام نمودار می تواند نمودار تابع <math>f</math> باشد ؟</p> 	۰/۵



۱

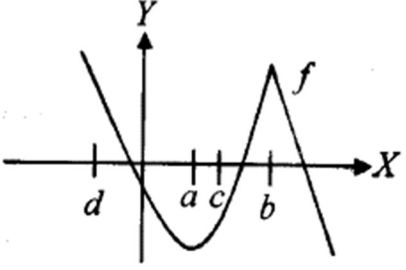
۵ به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.

الف) نمودار تابعی مانند  $f$  را به گونه ای رسم کنید که  $f(0) = 0$  ،  $f(4) = -2$  ،  $f(-1) = 5$  و نقطه  $(1, 1)$  ماکزیمم نسبی آن تابع باشد .

ب) نمودار تابعی را رسم کنید که در یک بازه اکیدا نزولی و بر آن بازه پیوسته باشد ، اما در برخی نقاط آن بازه ، مشتق پذیر نباشد .

۱/۵

۶ مثلثی با مساحت ۱۲ سانتی متر مربع مفروض است . اگر اندازه دو ضلع آن ۶ و ۸ سانتی متر باشد ، آن گاه چند مثلث با این ویژگی ها می توان ساخت ؟

۱/۵	<p>حد های زیر را به دست آورید .</p> <p>الف ) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 + 2x - 1}</math></p> <p>ب ) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x}{(x-1)^2}</math></p>	۷
۰/۷۵	<p>در شکل ، به سوالات زیر پاسخ دهید . آبا در نظر گرفتن نمودار</p>  <p>الف) طول نقطه ای که ممشتق در آن صفر است  ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است  پ) طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست</p>	۸
۱/۵	<p>اگر <math>g</math> و <math>f</math> توابع مشتق پذیر باشند و <math>f(2) = 3</math> و <math>f'(2) = 1</math>، <math>g(2) = -3</math> و <math>g'(2) = 2</math> مقادیر <math>(f \times g)'(2)</math> و <math>(f - g)'(2)</math> را بیابید .</p>	۹
۲/۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>y = \frac{x^2 + 5x}{2x - 1}</math>      ب) <math>y = \sin^3 \sqrt{x^2 + 5}</math></p>	۱۰
۲	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) =  x^2 - 1 </math> را در <math>x = 1</math> بررسی کنید .</p>	۱۱
۰/۷۵	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = \frac{1}{4}t^2 - 3t + 1</math> می باشد، سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی <math>t = 0</math> تا <math>t = 4</math> به دست آورید .</p>	۱۲
۱/۵	<p>اکستریم های مطلق تابع <math>f(x) = x^4 - 2x^2 + 1</math> را در بازه <math>[-2, 1]</math> بدست آورید .</p>	۱۳

۱/۵	به ازای چه مقادیری برای $a$ ، نقطه ای به طول ۱ نقطه عطف منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + 3ax^2$ می باشد؟	۱۴
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را رسم کنید .	۱۵
۲۰	جمع نمره	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵)    ب) درست (۰/۲۵)    ج) نادرست (۰/۲۵)    د) نادرست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) مثبت    ب) $y = 2$ هر کدام (۰/۵)	۲
۳	الف) عرض نقاط (۰/۵)    ب) محور $y$ ها (۰/۵)	۱
۴	الف) گزینه "پ" (۰/۵)	۰/۵
۵	الف) رسم نمودار هر مورد (۰/۵)	۱
۶	۱/۵ $s = \frac{1}{2} ab \sin \theta$ و $0 < \theta < \pi$ $s = \frac{1}{2} absin \theta$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \sin \theta$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$ (۰/۲۵) یا $\theta = \frac{5\pi}{6}$ (۰/۲۵) دو مثلث میتوان ساخت (۰/۲۵)	۱/۵
۷	۱/۵ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{x^2(4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2})}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{4}$ (۰/۲۵) $= 0$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(-)^2}$ (۰/۲۵) $= \frac{2}{1}$ (۰/۲۵) $= -\infty$ (۰/۲۵)	۱/۵
۸	الف) a    ب) d    پ) b    هر قسمت (۰/۲۵)	۱/۵
۹	۱/۵ $(f \times g)'(2) = f'(2) \times g(2) + g'(2) \times f(2)$ (۰/۲۵) $= 1 \times (-3) + 2 \times 3$ (۰/۲۵) $= 3$ (۰/۲۵) $(f - g)'(2) = f'(2) - g'(2)$ (۰/۲۵) $= 1 - 2$ (۰/۲۵) $= -1$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۰	۲/۵ الف) $y' = \frac{(2x+5)(2x-1) - 2(x^2+5x)}{(2x-1)^2}$ (۰/۷۵) ب) $y' = 3 \sin^2 \sqrt{x^2+1} \times \cos \sqrt{x^2+1} \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$ (۰/۷۵)	۲/۵
۱۱	۲ مشتق راست $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 1^+} x + 1 = 2$ (۰/۲۵) مشتق چپ $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1)$ $= -2$ (۰/۲۵) چون مشتق چپ و راست برابر نیست پس مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۲
۱۲	۰/۷۵ $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$ (۰/۲۵) $= \frac{-3 - 1}{4 - 0}$ (۰/۲۵) $= -1$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	۱/۵ $f'(x) = 4x^3 - 4x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 0$ و $x = \pm 1$ (۰/۵) $f(0) = 1$ (۰/۲۵) $f(1) = f(-1) = 0$ min (۰/۲۵) $f(-2) = 9$ max (۰/۲۵)	۱/۵

١/٥

$$f'(x) = x^2 + 3x^2 + 6ax \quad (0/5)$$

$$f''(x) = 3x^2 + 6x + 6a \quad (0/5)$$

$$9 + 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{-3}{2} \quad (0/5)$$

١٤

٢

$$x = -2 \quad \text{مجانِب قائم} \quad (0/25)$$

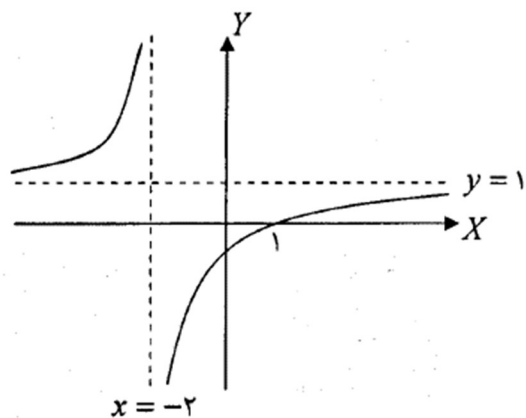
$$y = 1 \quad \text{مجانِب افقى} \quad (0/25)$$

$$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \quad (0/25)$$

$$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} \quad (0/25)$$

x	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$
$f'$	+		+	
$f''$	+		-	
$f$	$1 \nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$1 \nearrow$

(0/5)



(0/5)

٢٠

جمع نمره