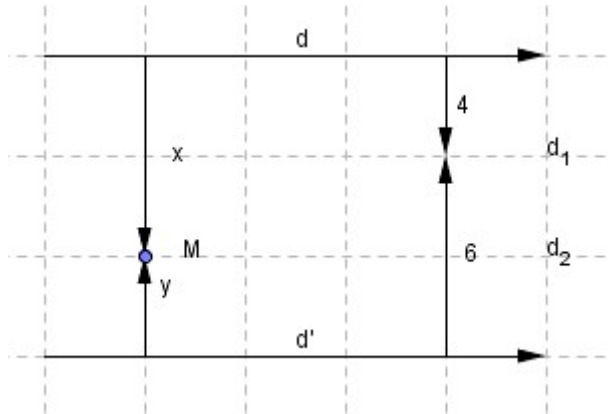


اداره آموزش و پرورش		ز گهواره تا گور دانش بجوی	ریز بارم هندسه (۳)
تاریخ برگزاری آزمون: ۹۸/۳/۱		تعداد سوال: ۱۳ سوال	
پایه تحصیلی: پایه دوازدهم			
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	<p>صحيح يا غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر دو ماتریس مربعی 2×2 یا 3×3 مانند A و B داریم $AB = A \times B$ ص</p> <p>ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است. ص</p> <p>ج) همواره یک نقطه وجود دارد که از چهار نقطه متمایز در یک صفحه به یک فاصله است. غ</p> <p>د) مجموع فواصل نقطه $A = (a, a, a)$ از محورهای مختصات برابر است با $3a\sqrt{3}$. ص</p>		
۲	۰.۷۵	$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ $mA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 2m \\ 3m & 4m \end{bmatrix}$ $nI = n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 2m \\ 3m & 4m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{5}{2}$	
۳	۱	<p>۱) در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A^n - A^{n-1}$ کدام است؟ ب $\begin{bmatrix} 2^{n-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ و $A - A^{-1}$ کدام است؟ د $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$</p> <p>۳) طول خط مماسی که از نقطه $A = (4, 1)$ بر دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ رسم شود، برابر کدام است؟ ب 4</p> <p>۴) در بیضی به طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب $2a$ و $2b$، طول وتر کانونی کدام است؟ $\frac{2b^2}{a}$</p>	
۴	۰.۷۵	$\begin{cases} 4x - y = 9 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix}, A = 12 - (-2) = 14 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	
۵	۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:</p> <p>الف) در حالت کلی ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ندارد.</p> <p>ب) حاصل ضرب دو ماتریس قطری، همواره ماتریس قطری است.</p> <p>ج) در سهمی $(x - h)^2 = 4ax(y - k)$ معادله خط هادی برابر است با $y = -a + k$</p> <p>د) اگر دو بردار بر هم عمود باشند، آن گاه تصویر یکی بر امتداد دیگری برابر است با صفر.</p>	

صفحه دوم

۰.۷۵



دو خط d و d' موازیند و به فاصله 10 cm از هم قرار دارند:

نقطه ای مثل M را در نظر بگیرید. تفاضل فواصل M از دو خط برابر است با 2 cm . پس مکان هندسی نقطه M ، خط موازی d و d' می باشد (d_1) به همین ترتیب می توان خطی (d_2) رسم کرد موازی با d و d' که تفاضل فاصله نقاط روی آن از دو خط برابر با 2 باشد (d_2) پس پاسخ مسئله d_1 و d_2 است.

۶

۰.۷۵

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y = 12 \rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25 \rightarrow O(2, -3), R = 5, \hat{O}(1, -4)$$

$$\hat{OH} = R = \frac{|3(1) - 4(-4) + 7|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{26}{5}, (x - 1)^2 + (y + 4)^2 = \left(\frac{26}{5}\right)^2$$

۷

۱

در هر عبارت بهترین پاسخ را از داخل پرانتز انتخاب کنید.
الف) اگر خروج از مرکز بیضی برابر با (**صفر** / یک) باشد بیضی تبدیل به دایره می شود.
ب) در معادله سهمی $y^2 = -4ax$ ، کانون $(-a, 0)$ و خط هادی $(x = a / y = a)$ می باشد.
ج) همه نقاطی که مختصات آن ها در رابطه $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ صدق کنند، (**محور Z ها / محور X ها**) را مشخص می کنند.
د) اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در یک راستا باشند، تصویر \vec{a} بر \vec{b} برابر است با (\vec{b} / \vec{a}) .

۸

۲

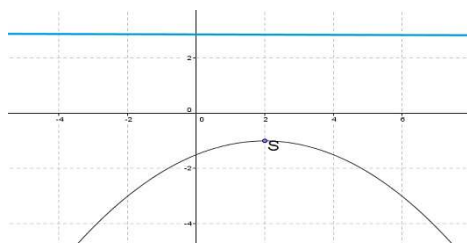
الف) مجموعه نقاطی از صفحه که مجموعه فواصل آن ها از دو نقطه ثابت، مقدار ثابت باشد، بیضی است. (۱.۵)
 $F\hat{F} = 2c \rightarrow \sqrt{(0 - 0)^2 + (4 + 4)^2} = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$
 $MF = M\hat{F} = a, 2a = 10 \rightarrow a = 5, b^2 = 5^2 + 4^2 \rightarrow b = 3, e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$
راس های غیر کانونی، $B(0, 3), \hat{B}(0, -3)$
ب) نشان دهید در یک بیضی طول قطر کوچک برابر است با $BB' = 2a\sqrt{1 - e^2}$. (۰.۵)
 $BB' = 2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{a^2\left(1 - \frac{c^2}{a^2}\right)} = 2a\sqrt{1 - e^2}$

۹

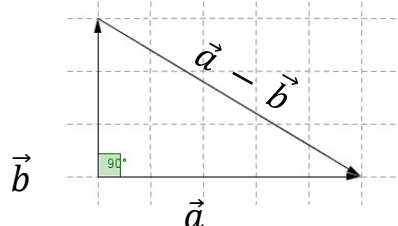
۱.۵

$$S(2, -1) \rightarrow \alpha = 2, \beta = -1, a = -4,$$

$$(x - a)^2 = 4a(y - \beta) \rightarrow (x - 2)^2 = -8(y + 1), F = (\alpha, \beta + a) = (2, -5)$$



۱۰

۲	$x^2 - 4x - 8y - 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 8(y + 1)$ $\rightarrow S(\alpha, \beta) = (2, -1)$ $4a = 8 \rightarrow a = 2$ $F = (\alpha, \beta + a) = (2, 1)$ $y = \beta - a = -3$	۱۱
۲.۵	<p>الف) طول دو بردار \vec{a} و \vec{b} را پیدا کنید. (۰.۵)</p> $ \vec{a} = \sqrt{5^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{30}, \quad \vec{b} = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{11}$ <p>ب) طول بردار $\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید. (۱)</p> $\vec{b} - \vec{a} = (-1, 3, 1) - (5, 1, 2) = (-6, 2, -1) \rightarrow$ $ \vec{b} - \vec{a} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{41}$ <p>ج) با توجه به اندازه های بردارهای \vec{a} و \vec{b} و $\vec{a} - \vec{b}$ نتیجه بگیرید دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر یکدیگر عمود هستند. (۱)</p> <p>چون $(\sqrt{41})^2 = (\sqrt{30})^2 + (\sqrt{11})^2$، پس $\vec{a} - \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2$، یعنی مثلث حاصل از دو بردار \vec{a} و \vec{b} قائم الزاویه است، بنابراین دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود هستند.</p> 	۱۲
۱.۵	<p>الف) روی محور Oy باشد. (۱)</p> $x = 0, z = 0 \rightarrow 6 - 2m = 0, m^2 - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} 6 - 2m = 0 \rightarrow m = 3 \\ m^2 - 9 = 0 \rightarrow m = \pm 3 \end{cases} \rightarrow m = 3$ <p>ب) روی محور XOZ باشد. (۰.۵)</p> $y = 0 \rightarrow m^2 - m = 0 \rightarrow m = 0, 1$	۱۳

صفحه چهارم

۲	<p>الف) قرینه بردار a را در نسبت به امتداد بردار $b - 2c$ پیدا کنید. (۱)</p> $b - 2c = (6, 4, 0) - (4, 2, -2) = (2, 2, 2)$ $\hat{a} = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} - 2\vec{c})}{ \vec{b} - 2\vec{c} } (\vec{b} - 2\vec{c}) = \frac{1 \times 2 - 2 + 12}{12} (2, 2, 2) = (2, 2, 2)$ $\vec{\hat{a}} = 2\vec{a} - a = (4, 4, 4) - (1, -1, 6) = (3, 5, -2)$ <p>ب) حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار a، b و c را محاسبه کنید. (۱)</p> $\vec{v} = a \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, -1, 6) \cdot (-4, 6, -2) = -4 - 6 - 12 = 22$ $\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 4 & \cdot \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -4i + 6j - 2k$	۱۴
۱.۵	<p>الف) $(2a + b) \cdot (a - b)$ (۰.۷۵)</p> $2a + b = (2, 2, 0) + (0, 1, 1) = (2, 3, 1)$ $a - b = (1, 1, 0) - (0, 1, 1) = (1, 0, -1)$ $(2a + b) \cdot (a - b) = (2, 3, 1) \cdot (1, 0, -1) = 2 + 0 - 1 = 1$ <p>ب) $(a + b) \times (a - b)$ (۰.۷۵)</p> $a + b = (1, 1, 0) + (0, 1, 1) = (1, 2, 1)$ $(a + b) \times (a - b) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -2i + 2j - 2k$	۱۵
<p>لطفاً برای راه‌حل‌های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.</p>		

لُبا آرزوی موفقیت