

باسمه تعالی

سوالیات امتحان درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت آزمون: ۱۳۰ دقیقه	تاریخ آزمون: خرداد ۹۸
مدیریت آموزش و پرورش	پایه دوازدهم	تعداد صفحه: ۲	
نام و نام خانوادگی:		استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	

ردیف	نمره	شرح سوال
۱	۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری درایه های غیر واقع بر قطر اصلی، هستند. ب) اگر صفحه ای موازی مولد سطح مخروطی بوده و از رأس مخروط عبور کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است. پ) دو بردار غیر صفر وقتی بر هم عمودند که ضرب داخلی آنها باشد.
۲	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) ضرب ماتریس ها خاصیت شرکت پذیری ندارد. ب) در هر سهمی هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از رأس سهمی می گذرد. پ) اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، بیضی به دایره شبیه تر است. ت) ضرب خارجی بردارها، خاصیت جابجایی دارد.
۳	۱/۲۵	از معادله ی ماتریسی $\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} = 0$ مقدار x را بیابید.
۴	۱/۲۵	به ازای کدام مقادیر m و n دستگاه $\begin{cases} (m^2 - 1)x + (n + 1)y = 8 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ دارای بی شمار جواب است؟
۵	۱	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ را محاسبه کنید.
۶	۰/۷۵	مستطیل $ABCD$ مفروض است. نقطه ای بیابید که از دو راس A و B به یک فاصله باشد و فاصله ی آن از دو ضلع BC و CD مساوی باشد. (روش حل مسأله را تشریح کنید.) <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">A</div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 20px; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: -5px; left: 5px;">B</div> <div style="position: absolute; bottom: -5px; left: 5px;">C</div> <div style="position: absolute; top: 5px; left: -5px;">D</div> </div> </div>
۷	۱	اگر شعاع دایره ی $x^2 + y^2 - 4x + 3y + m = 0$ برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار m را بیابید.
۸	۱/۲۵	معادله ی دایره ای را بنویسید که در ربع سوم بر محورهای مختصات مماس بوده و معادله ی یکی از قطرهای آن $y = -x - 2$ باشد.
۹	۰/۷۵ ۱	در یک بیضی طول قطر بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۶ واحد است: الف) خروج از مرکز را به دست آورید. ب) از یکی از کانونهای بیضی، پاره خطی را بر محور کانونی عمود رسم می کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند. طول پاره خط MN را پیدا کنید.
ادامه ی سوالات در صفحه ۲		

باسمه تعالی

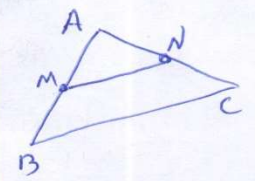
ادامه سوالات هندسه ۳ - صفحه ۲

۱ ۱/۵	سهمی $9 = x^2 - 2y + 8x + y^2$ داده شده است: الف) مختصات رأس، کانون و معادله ی خط هادی را بیابید. ب) به مرکز کانون سهمی و شعاع ۴ واحد دایره ای رسم می کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را محاسبه کنید.	۱۰
۱	اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ و $\vec{b} = (1, -1, 3)$ بردار $2\vec{b} + 4\vec{a}$ را به دست آورید.	۱۱
۱ ۱/۲۵	اگر $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ و $\vec{c} = (1, -1, 3)$: الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید. ب) تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$ را محاسبه کنید.	۱۲
۱	برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ، ثابت کنید \vec{a} و \vec{b} باهم موازیند اگر و تنها اگر $\vec{a} \times \vec{b} = 0$.	۱۳
۱/۲۵	حجم متوازی السطوحی که بر روی سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 1)$ و $\vec{b} = (2, 2, 2)$ و $\vec{c} = (-1, 1, -1)$ ساخته می شود، را بیابید.	۱۴
۱	حاصل $\vec{k} \times \vec{k} + \vec{j} \times \vec{i} - \vec{j} \times \vec{j}$ را به دست آورید.	۱۵
۱	با استفاده از بردارها، ثابت کنید پاره خطی که وسط های دو ضلع مثلثی را به هم وصل می کند، موازی ضلع سوم و مساوی نصف آن است.	۱۶
۲۰	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	

باسمه تعالی

۰.۲۵	(ب) خط (۲.۵)	(ب) صفر (۲.۵)	الف) صفر (۲.۵)	۱
۱	(ب) نادرست (۲.۵)	(ب) درست (۲.۵)	ب) نادرست (۲.۵)	۲
۱.۲۵	$\begin{bmatrix} x-2 & -3+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \overbrace{[-2x+4-15+20]}^{(۰.۵)} = 0 \Rightarrow -2x+9=0$ $\Rightarrow x = \frac{9}{2} \quad (۲.۵)$			۳
۱.۲۵	$\frac{m^2-1}{1} = \frac{n+1}{2} = \frac{\lambda}{1} \Rightarrow \begin{cases} m^2-1=\lambda \Rightarrow m^2=9 \Rightarrow m_2 \pm 3 \quad (۲.۵) \\ \frac{n+1}{2}=\lambda \Rightarrow n=15 \quad (۲.۵) \end{cases}$			۴
۱	$ A = 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 10+1+2(15+4) = 11+38 = 49 \quad (۲.۵)$			۵
۰.۷۵		<p>۶</p> <p>ب) مکان هندسی برای نقطه مورد نظر، معمود منصف پاره خط AB است. از طرف مکان هندسی دیگر، نیم زاویه C</p> <p>ج) با توجه به جواب محل تلاقی معمود منصف AB و نیم زاویه C است (۲.۵)</p>		
۱	$\frac{1}{4} \sqrt{a^2+b^2-4c} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \sqrt{14+9-4m} = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{25-4m} = 2\sqrt{2}$ $\Rightarrow 25-4m=8 \Rightarrow 4m=17 \Rightarrow m = \frac{17}{4} \quad (۲.۵)$			۷
۱.۲۵		<p>۸</p> <p> $\begin{cases} y=x \\ y=-x-2 \end{cases} \Rightarrow -x-2=x \Rightarrow x=-1 \text{ و } y=-1 \quad (۲.۵)$ </p> <p>مرکز دایره $O'(-1,-1)$ و شعاع آن برابر $r=1$ است (۲.۵)</p> <p> $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2 \Rightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=1 \quad (۰.۵)$ </p>		
۰.۷۵	<p>۹</p> <p>الف) $2a=2 \Rightarrow a=1$ ، $2b=2 \Rightarrow b=1$ ، $c = \sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{4-9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \quad (۲.۵)$</p> <p>$e = \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{1} \quad (۲.۵)$</p> <p>ب) فرض کنیم $MF=x$ پس $MF'+x=2a=2$ و $MF'=2-x$ (۲.۵)</p> <p>در مثل قائم الزامی: $MF'^2 = x^2 + (e\sqrt{e})^2 \Rightarrow (2-x)^2 = 1 + x^2 \Rightarrow 4 - 4x + x^2 = 1 + x^2 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \quad (۲.۵)$</p> <p>$MN = 2x = 3 \quad (۲.۵)$</p>			

باسمه تعالی

<p>1 4.5</p>	$y^2 - 2y + 1 = -\lambda x - 9 + 1 \Rightarrow (y-1)^2 = -\lambda(x+1) \quad (x, \lambda)$ $-8\lambda z = -\lambda \Rightarrow \lambda = 1/8$ <p>بنابراین $A(h, k) = (-1, 1) \quad (x, \lambda)$ $F(-\lambda + h, k) = (-3, 1) \quad (x, \lambda)$ $x = \lambda + h = 1 \quad (x, \lambda)$</p>	<p>10</p>
<p>1 4.5</p>	<p>معادله درجه دوم: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 14 \quad (x, \lambda)$ $x^2 + 2x + 9 + y^2 - 2y + 1 = 14$ $y^2 - 2y = -\lambda x - 9$ $x^2 + 2x + 9 + \lambda x - 9 + 1 = 14 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \quad (x, \lambda) \\ x = -3 \quad (x, \lambda) \end{cases}$</p>	<p>11</p>
<p>1</p>	<p>if $x = 5 \Rightarrow 4 + (y-1)^2 = 14$ غیرممکن (x, λ) if $x = -3 \Rightarrow 0 + (y-1)^2 = 14 \Rightarrow y - 1 = \pm \sqrt{14} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \rightarrow B(-3, 5) \quad (x, \lambda) \\ y = -3 \rightarrow B'(-3, -3) \quad (x, \lambda) \end{cases}$</p>	<p>11</p>
<p>1</p>	$-F\vec{a} + 2\vec{b} = -F(2, 1, -3) + 2(1, -1, 3) = (-2, -F, 12) + (2, -2, 6) = (-2, -F, 18) \quad (x, \lambda)$	<p>11</p>
<p>1 4.5</p>	<p>$\vec{a} = \sqrt{4+1+9} = 4, \vec{b} = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{2}, \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 1 + 0 = 3 \quad (x, \lambda)$ $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \quad (x, \lambda)$</p> <p>$\vec{b} + \vec{c} = (2, -2, 3) \quad (x, \lambda)$ $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{ \vec{b} + \vec{c} } \vec{b} + \vec{c} = \frac{2+2+9}{\sqrt{4+4+9}} (2, -2, 3) = \frac{13}{\sqrt{17}} (2, -2, 3) = (\frac{26}{\sqrt{17}}, -\frac{26}{\sqrt{17}}, \frac{39}{\sqrt{17}}) \quad (x, \lambda)$</p>	<p>12</p>
<p>1</p>	<p>$a \parallel b \Rightarrow \theta = 0 \text{ or } \pi \Rightarrow \cos \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \cos \theta \sin \theta = 0 \quad (x, \lambda)$ $\cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta \sin \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0 \text{ or } \pi \Rightarrow a \parallel b \quad (x, \lambda)$</p>	<p>13</p>
<p>4.5</p>	<p>$\vec{b} \times \vec{c} = (2, 2, 1) \times (-1, 1, -1) = (-3, 1, 3) \quad (x, \lambda)$ $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, 1, 1) \cdot (-3, 1, 3) = -3 + 1 + 3 = 1 \Rightarrow V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 1 \quad (x, \lambda)$</p>	<p>14</p>
<p>1</p>	$\vec{i} \times \vec{j} - \vec{j} \times \vec{i} + \vec{k} \times \vec{k} = \vec{k} - (-\vec{k}) + \vec{0} = 2\vec{k} + \vec{0} = 2\vec{k} \quad (x, \lambda)$	<p>15</p>
<p>1</p>	 <p>$\vec{MA} + \vec{AN} = \vec{MN} \quad (x, \lambda)$ $\Rightarrow \vec{BA} + \vec{AC} = 2\vec{MN} \quad (x, \lambda)$ $\Rightarrow \vec{BC} = 2\vec{MN} \quad (x, \lambda)$ $\Rightarrow BC \parallel MN, BC = 2 MN \quad (x, \lambda)$</p>	<p>17</p>