

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

### الف) بخش الزامی

دانش آموزان عزیز به سوالات اقا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید).

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در ماتریس قطری <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; 0 \\ m-1 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> مقدار <math>m</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر <math>A</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> و <math> A  = 5</math> باشد آنگاه <math> \frac{1}{3}A </math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر ..... است.</p> <p>ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ..... ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در دستگاه <math>\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}</math>، اگر <math>\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}</math> باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.</p> <p>ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>پ) هرگاه صفحه <math>P</math> بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.</p> <p>ت) رابطه <math>x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0</math> معادله یک دایره است.</p>	۲
۱/۵	<p>اگر دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} x-1 &amp; 8 \\ 3 &amp; z+1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} y+1 &amp; x-2 \\ 3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> مساوی باشند مقدار <math>x+y+z</math> را بیابید.</p>	۳
۱/۲۵	<p>معادله ماتریسی <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}</math> را حل کنید.</p>	۴
۱/۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 &amp; -2 \\ 0 &amp; 3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; -1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> باشند حاصل <math> A  +  B^2 </math> را بیابید.</p>	۵
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر $m$ و $n$ را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد. ( $I_2$ ماتریس همانی است)	۲
۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(3, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله $4x + 3y + 5 = 0$ مماس باشد.	۱/۲۵
۸	وضعیت خط $x - y - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۹	مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای $x$ و $y$ منطبق هستند و فاصله $F$ از هر دو نقطه $O$ و $A$ برابر ۴ است، طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۰	در شکل مقابل نقطه $M$ روی بیضی و کانون‌های $F$ و $F'$ مشخص شده‌اند. خط $d$ را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه $F'$ خطی موازی با $MF$ رسم کنید تا خط $d$ را در نقطه‌ای مانند $N$ قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$	۱
۱۱	مختصات کانون، رأس و معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 6y + 16x + 25 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که $A(4, 6)$ رأس و $y = 3$ معادله خط هادی آن باشد.	۱/۲۵

**بخش انتخابی**

دانش آموز عزیز جهت کسب نمره از سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سؤال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳	الف) به ازای چه مقداری از $m$ دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ فاقد جواب است؟ ب) دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ را با استفاده از $A^{-1}$ حل کنید.	۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$ مماس داخل باشد.	۲
۱۵	الف) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای $\mathbb{R}^3$ چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار $X = 0$ دارد؟ ب) اگر $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ باشد اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۲
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ پیدا کنید.	۲
	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره
		۲۴

مدت امتحان: 135 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3
تاریخ امتحان: 1399/5/28		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال 1399	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
1	بخش الف (الزامی) الف) $m = 1$ (0/25)    ب) $\frac{5}{8}$ (0/25)    پ) $\frac{1}{2}$ (0/25)    ت) نقطه (0/25)	1
2	الف) نادرست (0/25)    ب) درست (0/25)    پ) درست (0/25)    ت) نادرست (0/25)	1
3	$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x-2=8 \\ z+1=4 \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \underbrace{x=1}_0, \underbrace{y=8}_{(0/25)}, \underbrace{z=3}_{(0/25)} \Rightarrow x+y+z=21 \quad (0/25)$	1/5
4	$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix}}_{(0/5)} = 0 \Rightarrow x=7 \quad (0/25)$	1/25
5	$ A  = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20 \quad (0/5) \quad , \quad  B  = -6 \quad (0/5) \rightarrow  B^2  = 36 \quad (0/25)$ $ A  +  B^2  = 56 \quad (0/25)$	1/5
6	$\left. \begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (0/5) \\ mA + nI &= \begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underbrace{n=8}_{(0/25)} , \underbrace{m=1}_{(0/25)}$	2
7	$r = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 12 + 3 + 5 }{\sqrt{16 + 9}} = 4 \quad , \quad (x-3)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (0/5)$	1/25
8	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2 \rightarrow O(1, -2), r = \sqrt{2} \quad (0/5)$ $d = \frac{ 1+2-1 }{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (0/5)$ $r = d$ خط بر دایره مماس است. (0/25)	1/25
9	$OF = c = 4, OA = a = 8 \xrightarrow{(0/5)} b^2 = a^2 - c^2 = \underbrace{64 - 16}_{(0/25)} = 48 \rightarrow \underbrace{b = 4\sqrt{3}}_{(0/25)} \rightarrow 2b = 8\sqrt{3} \quad (0/25)$	1/25
	« ادامه در صفحه دوم »	

مدت امتحان: 135 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3
تاریخ امتحان: 1399/5/28		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهر یور ماه سال 1399	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
10	<p>مجموع <math>MF + MF'</math> کم ترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاه ترین مسیر، زاویه های <math>\hat{M}_1 = \hat{M}_2</math> (0/25)</p> <p>از طرفی: <math>\hat{N} = \hat{M}_1</math> در نتیجه <math>MF \parallel NF'</math> و <math>d</math> مورب، (0/25)</p> <p>نتیجه می شود <math>\hat{N} = \hat{M}_2</math> (0/25)</p> <p>مثلث <math>MNF'</math> متساوی الساقین است.</p> <p>یعنی <math>MF' = NF'</math> (0/25).</p>	1
11	<p>فرم استاندارد سهمی به صورت <math>(y-3)^2 = -16(x+1)</math> است. (0/5) سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می شود. (0/25) راس سهمی نقطه <math>A(-1, 3)</math> است. (0/25) و <math>a = 4</math> (0/25) مختصات کانون آن نقطه <math>F(-a+h, k) = (-5, 3)</math> است. (0/25) معادله خط هادی سهمی به صورت <math>x = a+h = 3</math> است. (0/25)</p>	1/75
12	<p>با توجه به جایگاه رأس و خط هادی، سهمی قائم و دهانه سهمی رو به بالا است (0/5) و <math>a = 3</math> (0/25)</p> <p>فرم استاندارد سهمی به صورت: <math>(x-h)^2 = 4a(y-k) \Rightarrow (x-4)^2 = 12(y-6)</math> (0/5)</p>	1/25
<p>مصحح گرامی، اگر دانش آموزی به بیش از 2 سوال انتخابی پاسخ داده باشد فقط 2 سوال اول را تصحیح نمایید.</p> <p>ب) بخش انتخابی</p>		
13	<p>(الف)</p> $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(0/25)} 6 + 2m = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = -3 \quad (0/25)$ <p>(ب)</p> $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \xrightarrow{(0/25)} A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow x = 1, y = -1 \quad (0/25)$	2
14	<p><math>(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4 \rightarrow O'(4, -2), r' = 2</math> (0/5)</p> <p><math>OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5</math> (0/25)</p> <p><math> r - r'  = OO' \xrightarrow{(0/25)}  r - 2  = 5 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} r = 7 &amp; (0/25) \\ r = -3 &amp; (0/25) \end{cases} \rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 49</math> (0/25) غ ق</p>	2
« ادامه در صفحه سوم »		

مدت امتحان: 135 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه 3
تاریخ امتحان: 1399/5/28		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهر یور ماه سال 1399	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
2	<p>محور <math>y</math> ها است. (0/5) معادله <math>x = 0</math> معادله صفحه <math>yz</math> که شامل محور <math>y</math> ها است. (0/5)</p> <p>(الف) <math>\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}</math></p> <p>(ب) <math>\vec{a} + 2\vec{b} = (2, -1, 3) + 2(1, 2, 0) = (4, 3, 3)</math> (0/25)</p> <p><math> \vec{a} + 2\vec{b}  = \sqrt{16 + 9 + 9} = \sqrt{34}</math> (0/5)</p>		15
2	<p><math>\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}   \vec{b} } = \frac{3}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> (0/25) <math>\rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}</math> (0/25)</p> <p>(الف)</p> <p>(ب) <math>\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 2) \times (1, -1, 0) = (2, 2, -1)</math> (0/5)</p>		16
24	" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "		