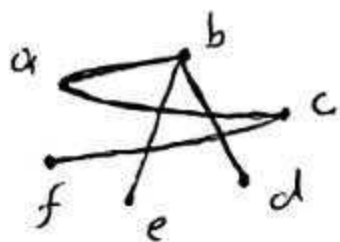


۱- ج ۲- د ۳- ج ۴- ب زیرا مجموعه ۷ دارای ۶ عضو است

مثلاً برای  $p=2$  و مجموعه  $E$  دارای ۵ عضو است لذا  $q=9$  برای مشخص کردن  $\Delta$  و  $\delta$  معتبر



$\Rightarrow \delta = 1 \ \& \ \Delta = 3$

است تراف را در کم کنیم

حاصل  $\frac{p+q}{\Delta-\delta} = \frac{9+5}{3-1} = \frac{14}{2} = 7, d$

۵- الف) نادرست صحیح است زیرا  $2+7=9$

ب) درست است: اثبات به روش بازگشت است به این صورت که

$a + \frac{1}{a} \geq 2 \xrightarrow{a>0} a^2 + 1 \geq 2a \Rightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Rightarrow (a-1)^2 \geq 0$

چون عبارت سمت راست همیشه درست است و تماماً روابط برداشت پذیراند لذا حکم برگردان

ج) درست است زیرا با فرض  $d = (n, n+1)$  داریم:  $\begin{cases} d|n \\ d|n+1 \end{cases} \Rightarrow d|n+1-n \Rightarrow d|1 \Rightarrow d=1$

د) نادرست است زیرا با فرض  $n=4$  حکم درست نیست  $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

۶) قضیه تقسیم دار  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}$  در این صورت اعداد صحیح و منحصر بفردی

مانند  $q, r$  وجود دارند به طوری  $a = bq + r$  و  $0 \leq r < b$

برای اعداد صحیح کافی است با استفاده از قضیه تقسیم هر عدد را بر ۷ تقسیم کنیم

در این صورت ۷ بقیه ماندگانه مختلف به صورت  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

به دست خواهد آمد به عبارتی معتبر هر عدد صحیح به صورت یکی از ۷ حالت زیر است

$a = 7k \ \vee \ a = 7k+1 \ \vee \ a = 7k+2 \ \vee \ a = 7k+3 \ \vee \ a = 7k+4$

$\vee \ a = 7k+5 \ \vee \ a = 7k+6$

(۷) الف)  $3x \equiv 12 \pmod{5}$  شرط وجود جواب  $(3, 5) = 1 \mid 12$   $\rightarrow 3x \equiv 12 + 15 \Rightarrow 3x \equiv 27 \pmod{5}$   
 $\Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{5}$

ب) چون شرف وجود جواب برقرار نیست پس جواب ندارد  
 $1x \equiv 13 \pmod{2}$  شرط وجود جواب  $(1, 2) = 2 \nmid 13$

(۸)  $4x \equiv 9 \pmod{9}$   $(4, 9) = 1 \mid 9$   $\rightarrow 4x \equiv 9 - 9 \Rightarrow 4x \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{9}$

(۹) که فی است معادله سیاله  $50x + 20y = 3710$  را حل کرده و جوابهای مثبت آن را بیابیم

$50x + 20y = 3710 \Rightarrow 5x + 2y = 371 \Rightarrow 5x - 371 = -2y$

$\Rightarrow -2 \mid 5x - 371 \Rightarrow 2 \mid 5x - 371 \Rightarrow 5x \equiv 371 \pmod{2}$

$\Rightarrow 5x \equiv 371 + 2 = 373 \pmod{2} \Rightarrow x \equiv 74 \pmod{2} \Rightarrow \boxed{x = 2k}$

جایگذاری  $\rightarrow 5x + 20y = 371 \Rightarrow 10k + 20y = 371 \Rightarrow 20y = -10k + 371$

$\Rightarrow y = -0.5k + 18.55 \Rightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = -0.5k + 18.55 \end{cases} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, \dots, 37\}$

یعنی به ۳۸ طریق می‌توان چنین کاری را انجام داد.

(۹) اگر ۱۲ نفر در این میزبانند نامردان ۲۹ کهن زیر خواهر بود.

$19 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 29 = 323$   
 کهن ↓ دی ↓ آذر ↓ آبان ↓ مهر ↓ شهریور ↓ مرداد ↓ تنبه ↓ خرداد ↓ اردیبهشت ↓ بهمن فروردین

$323 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 29$  کهن ماه روز سه شنبه خواهر بود

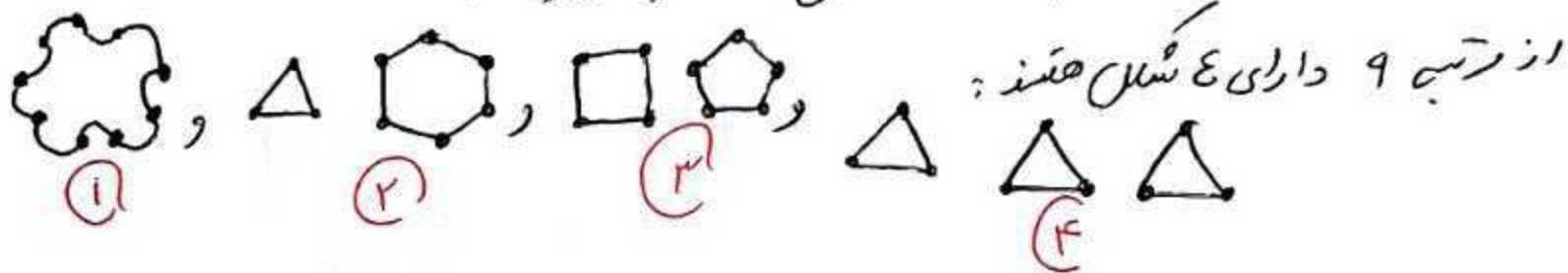
۱۰- اندام مسیری به ابتدای تقای آن نگیان باشد. عبارت محبته دنیام علامه...  
 از روی دو به و همایز که در آن هر عدد راس متوالی چهارم را یک دور به لعل آنگونند  
 ب- طوقه: یابی از یک راس به خودش رسم نمود



(ج) تعداد رأس‌های گراف را درستی گراف گویند  
 (د) گرافی که درجه تمام رئوس آن  $k$  باشد را گراف  $k$ -منتظم گویند

(۱۱) با توجه به شکل شکل  $G$  حتماً به فرد  $D$  می‌رسد حال اگر شکل  $E$  به  $A$  برسد برای شکل  $F$  دو حالت داریم و اگر شکل  $E$  به  $C$  برسد برای شکل  $F$  دو حالت داریم لذا ۴ حالت خواهد بود.

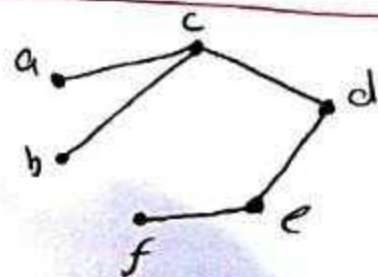
(۱۲) گراف‌های ۲ منتظم همان چند ضلعی‌های بدون قطر هستند و این گراف‌ها نامرتبه  $k$  فقط یک جنبه هستند و گراف مرتبه ۶ دو بخش ~~مستقیم~~ دارند باشد اما گراف‌های ۲ منتظم از مرتبه ۹ دارای ۴ شکل هستند:



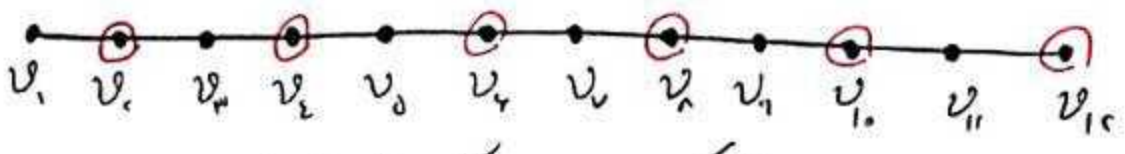
(۱۳) بنا بر مطالب کتاب در هر گراف  $n$  رأس با کمترین درجه  $k$  داریم  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor$  که در آن  $\lfloor \cdot \rfloor$  تابع سقف و  $\chi(G)$  عدد احاطه گرافی گراف است و چون در گراف‌های  $k$ -منتظم  $\Delta = k$  بنا بر این  $\chi(G) \leq \lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor$

(۱۴) می‌دانیم مجموع درجات رئوس هر گراف عددی زوج است و چون مجموع درجات رئوس گراف برابر است با مجموع درجات رئوس علاوه بر مجموع درجات رئوس فرد و شینه با توجه به اینکه مجموع درجات رئوس زوج همیشه زوج است لذا مجموع درجات رئوس فرد شینه همواره زوج باشد چون در شینه این معنی جمع درجات رئوس گراف یعنی تعداد زوج باشد و این تناقض است

در این گراف مجموعه  $\{c, e\}$  بین مجموعه احاطه را با اندازه ۲ است که یکبار شینه هستند.



(۱۵)

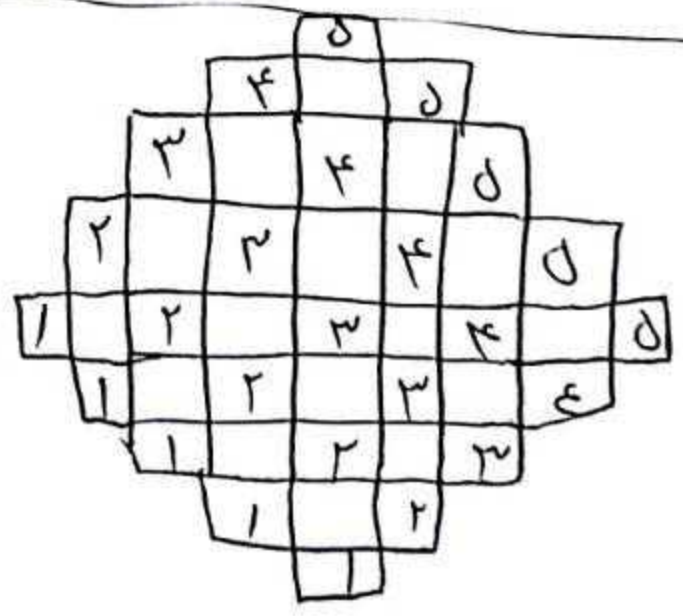
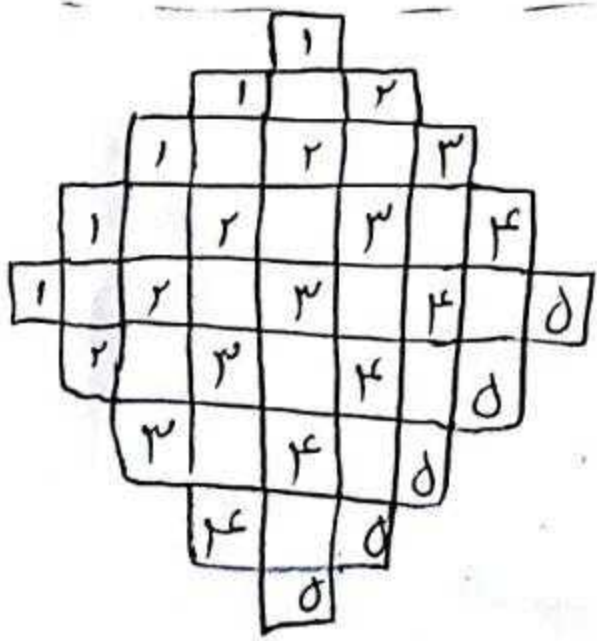
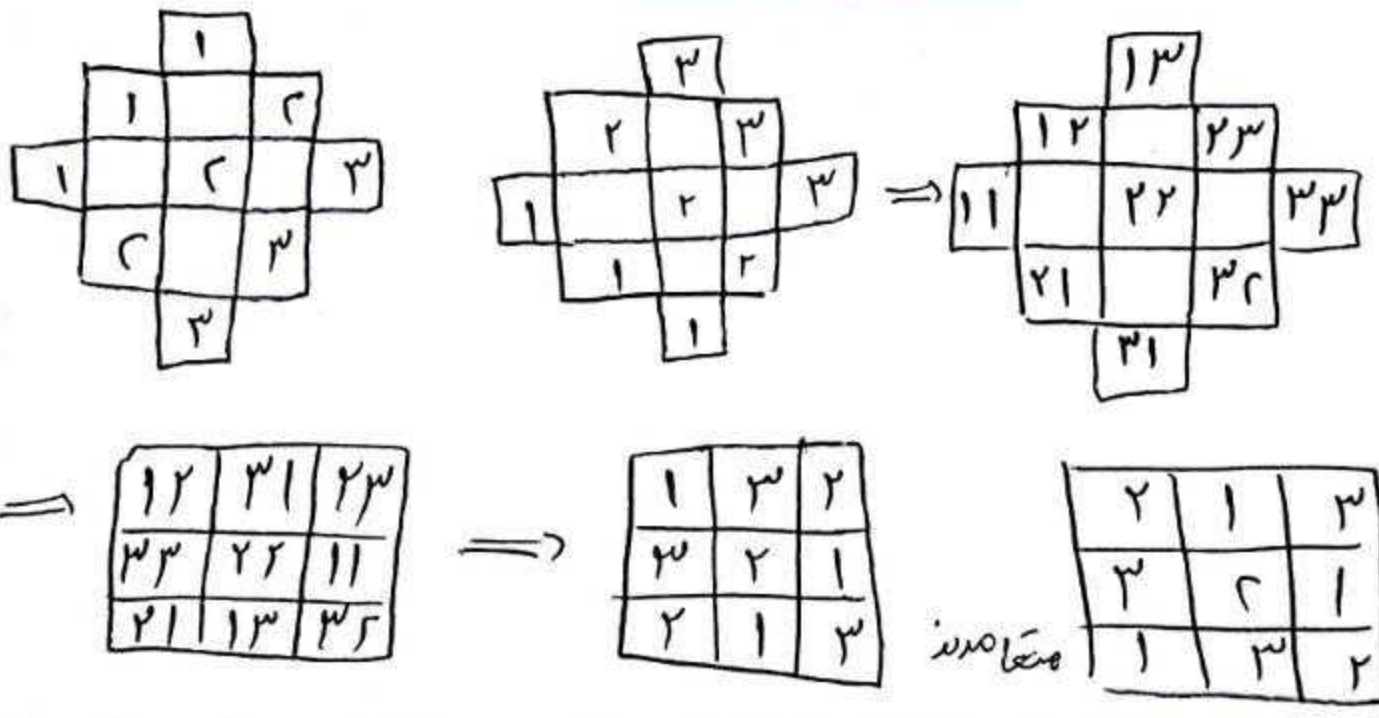


مجموعه  $\{v_2, v_4, v_6, v_8, v_{10}, v_{12}\}$  یک مجموعه احاطه رسمی است.

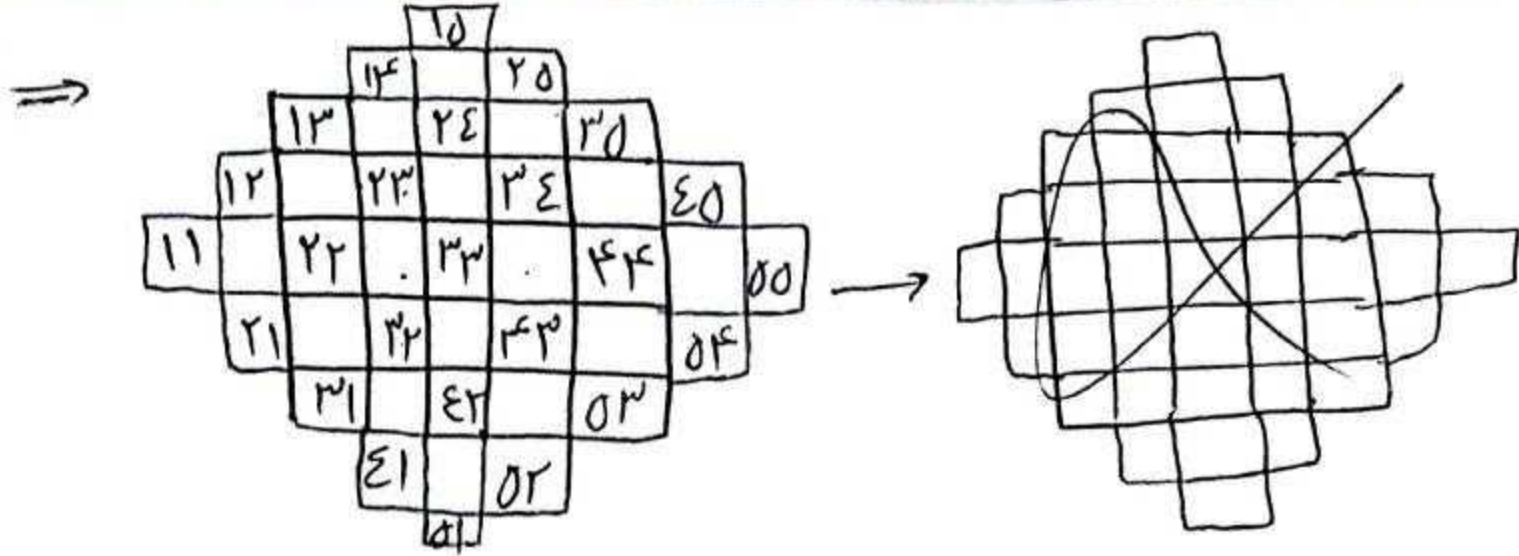
(17) چون  $v_1$  و  $v_{12}$  دارای نقطه تماسی نیستند پس نمی توانند در این مجموعه باشند لذا

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 \end{bmatrix} = 10$$

18 - چون ابتدا دانشمای ردیف می است و نیز چون ردیف می در آن نیست و او  
 کردن تعداد حالت  $\frac{12!}{2} = 11$  خواهد بود







۱۳	۲۱	۲۴	۵۲	۳۵
۴۵	۲۳	۵۱	۳۴	۱۲
۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴
۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱
۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳

⇒

۱	۴	۲	۵	۳
۴	۲	۵	۳	۱
۲	۵	۳	۱	۴
۵	۳	۱	۴	۲
۳	۱	۴	۲	۵

متقارن

۳	۱	۴	۲	۵
۵	۳	۱	۴	۲
۲	۵	۳	۱	۴
۴	۲	۵	۳	۱
۱	۴	۲	۵	۳

(۲۰) اگر  $A_1$  مربع ۳ بودن،  $A_2$  مربع ۵ بودن و حاصل  $|A_1 \cup A_2|$  مورد سؤال است

تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ یا مساوی ۱۰ که بر ۳ بخشید براند برابر  $\left[\frac{10}{3}\right] = ۳$  است.  
 و تعداد مضرب ۵ کوچکتر یا مساوی ۱۰ برابر  $\left[\frac{10}{5}\right] = ۲$  است. و تعدادی که مضرب هر دو ۳ و ۵ مربع ۵ هستند  $\left[\frac{10}{15}\right] = ۰$  درستی.

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| = ۴ + ۳ - ۰ = ۷$$

عین دست بودن  $A_1$   
 چپ دست بودن  $A_2$

$$|(A_1 \cup A_2)'| = S - |A_1 \cup A_2| = ۱۰ - (۴ + ۳ - |A_1 \cap A_2|) = ۳$$

$$\Rightarrow |A_1 \cap A_2| = ۴$$

(۲۳) تعداد از ما همای سال را یک لانه مدفن می کنیم و هر فرد را یک کبوتر است.  
 یعنی دست کم که کند در یک ماه ~~...~~ متولد شده اند

$$\left[\frac{۵۲}{۱۲}\right] = ۴$$