

کد کنترل

161

A

خارج از کشور



161A

دفترچه شماره ۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات
آموزش عالی کشور سال ۱۴۰۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
آزمون اختصاصی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	با شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای نفعی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با منتقلین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- یک دانش‌آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم‌شده قبلی است. محیط این مربع‌ها، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدر نسبت این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۰۲- نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{5}{18}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰۳- اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) $A = B$ (۲) $A = \emptyset$ (۳) $B = U$ (۴) $B = \emptyset$

۱۰۴- اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B'] \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

۱۰۵- ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ در کدام حالت زیر درست است؟

- (۱) p درست، q نادرست، r درست
(۲) p نادرست، q نادرست، r نادرست
(۳) p درست، q درست، r نادرست
(۴) p نادرست، q درست، r نادرست

۱۰۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار a ، به ترتیب سه عدد α ، β و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۰۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ ، $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟

- (۱) $-\frac{27}{5}$ (۲) $\frac{27}{5}$ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۰۸- تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه کدام است؟

$$-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}, x \leq 2 \quad (2) \qquad -\frac{1}{2}x - 7, x \geq 2 \quad (1)$$

$$-2x - \frac{14}{3}, x \geq 2 \quad (4) \qquad -2x + 14, x \leq 2 \quad (3)$$

۱۰۹- نمودارهای دو تابع $y = |x+2| + |x-1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4) \qquad 2\sqrt{2} \quad (3) \qquad 4\sqrt{5} \quad (2) \qquad 2\sqrt{10} \quad (1)$$

۱۱۰- فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^2 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (4) \qquad 2\sqrt{2} \quad (3) \qquad \sqrt{3} \quad (2) \qquad 2\sqrt{3} \quad (1)$$

۱۱۱- اگر $a^2 + 9b^2 = 10ab$ باشد، مقدار $\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)$ واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

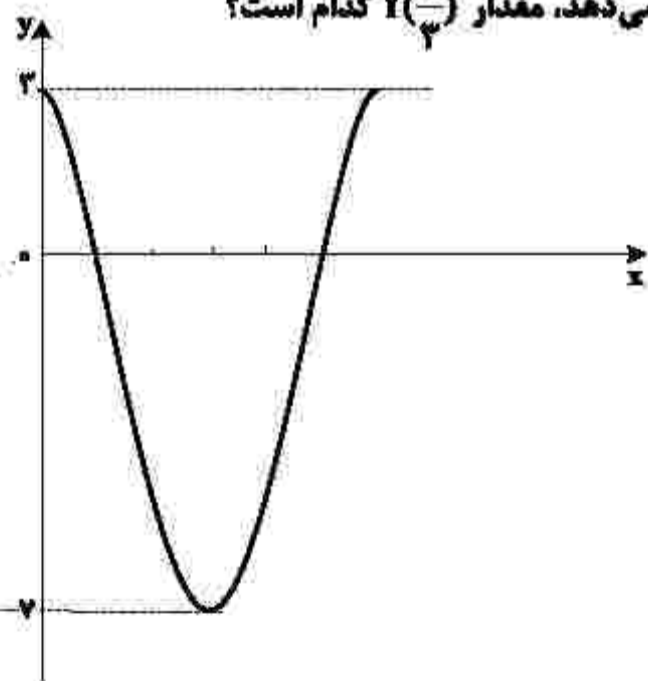
$$\log a, \log b \quad (2) \qquad \log a, \log 3b \quad (1)$$

$$\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b} \quad (4) \qquad \log \sqrt{a}, \log \sqrt{b} \quad (3)$$

۱۱۲- اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

$$-3 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{11}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{11}{2} \quad (2)$$

۱۱۴- مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4})\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & x > 0 \\ 2bx^2 & x = 0 \\ |b-x| & x = 0 \\ |x| - 2a & x < 0 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته است. مقدار حقیقی $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

۱۱۷- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + 4x + 5$ برابر $x + 2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- (۱) $-x + 2$ (۲) $2x - 1$ (۳) $2x - 2$ (۴) $-2x + 2$

۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول) برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\dots, \{5, 6, 7, 8\}, \{3, 4\}, \{1, 2\}$. میانه عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

- (۱) $6144,5$ (۲) $6145,5$ (۳) $12289,5$ (۴) $12288,5$

۱۱۹- نقطه $A(-\frac{1}{4}, 2)$ محل تلاقی مجانبهای نمودار $y = \frac{bx^2 + 7}{2x^2 + ax + 1}$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۱۲۰- در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 2x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $3y - 2x = 1$ عمود است؟

- (۱) $(-2, 17)$ (۲) $(-1, 10)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, 1)$

۱۲۱- اگر f تابع مشتق پذیر، $g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2} \cos x)$ و $g'(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۲۲- در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۳- نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^2 + bx^2 + cx + d$ هستند، حاصل ad کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۲۴- در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آنها نخواهند کنار هم بنشینند؟

- (۱) ۱۵۶۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۲۰۴۰ (۴) ۲۲۸۰

۱۲۵- دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۶- مجموعه $S = \{x, y, z, t, w\}$ ، فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{x, y\}$ ، $B = \{x, y, z, t\}$ و

$C = \{x, y, w\}$ سه پیشامد از S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $P(C)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{24}{35}$ (۲) $\frac{16}{35}$ (۳) $\frac{19}{35}$ (۴) $\frac{11}{35}$

۱۲۷- فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال‌های $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{5}$ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آنها یک بار

تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟

- (۱) $\frac{15}{19}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{17}{25}$

۱۲۸- از اعداد ۰ تا N ، پنج عدد ۰، ۲، ۵، ۸ و ۱۱ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۱۲۹- در یک مطالعه آماری ۸۳ داده جمع‌آوری شده است. اگر توان دوم انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱ یا صفر باشد،

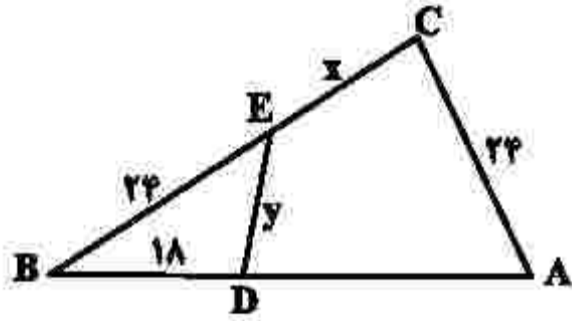
حداقل چند داده با میانگین این داده‌ها برابر هستند؟

- (۱) صفر (۲) ۱۳ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۳۰- در مثلث متساوی الساقین ABC ، $\hat{A} = 80^\circ$ و عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

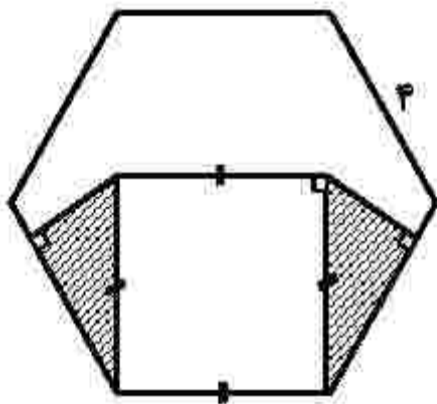
- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۳۱- در شکل زیر، $E\hat{C}A = B\hat{D}E$ و $AB = ۲۸$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



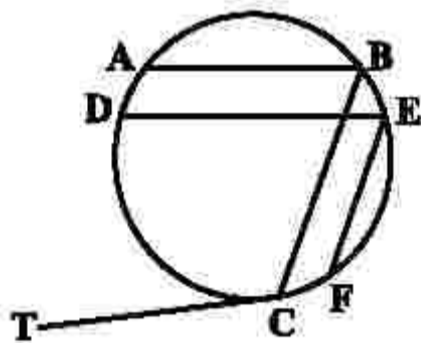
- ۱ (۱)
 $\frac{1}{2}$ (۲)
 $\frac{۳}{۲}$ (۳)
 ۲ (۴)

۱۳۲- در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی‌متر مربع است؟



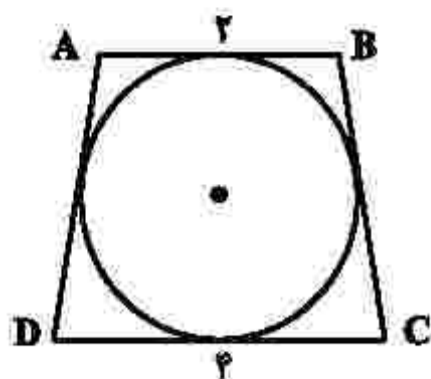
- $\sqrt{۳}$ (۱)
 $۲\sqrt{۳}$ (۲)
 $۳\sqrt{۳}$ (۳)
 $۴\sqrt{۳}$ (۴)

۱۳۳- در شکل زیر، $EF \parallel BC$ و $AB \parallel DE$ است. اگر $\widehat{AB} = ۶۰^\circ$ ، $\widehat{CD} = ۱۰۰^\circ$ و $\widehat{EF} = ۸۰^\circ$ باشد، اندازه $B\hat{C}T$ چند



- درجه است؟
 ۹۰ (۱)
 ۹۵ (۲)
 ۱۰۰ (۳)
 ۱۱۰ (۴)

۱۳۴- در شکل زیر، ذوزنقه متساوی‌الساقین ABCD بر دایره‌ای محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟



- (۱) 2π
- (۲) 4π
- (۳) 6π
- (۴) 8π

۱۳۵- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است. شعاع دایره بزرگ‌تر، چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{8}{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $\frac{16}{3}$

۱۳۶- در مربع ABCD، نقطه (۴, ۱) رأس A و عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور yها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{5}$
- (۲) $\sqrt{13}$
- (۳) $\sqrt{17}$
- (۴) $\sqrt{7}$

۱۳۷- اضلاع مثلثی با اعداد ۴، ۵ و ۶ متناسب است. نیمساز زاویه متوسط را رسم می‌کنیم. مساحت مثلث اصلی، چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث حاصل از رسم این نیمساز است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) ۳

۱۳۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ، I ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی هستند که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$. مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) ۴
- (۳) -۲
- (۴) ۲

۱۳۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) $[1 \ -1 \ 0]$
- (۲) $[9 \ 12 \ 16]$
- (۳) $[1 \ 0 \ -2]$
- (۴) $[9 \ 5 \ -7]$

۱۴۰- معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0 & (2) \\ 4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0 & (3) \\ 4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0 & (4) \end{array}$$

۱۴۱- فاصله دو کانون بیضی $x^2 + 2y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$ ، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \sqrt{15} & (1) & \frac{\sqrt{15}}{2} & (2) \\ \sqrt{3} & (3) & \frac{\sqrt{3}}{2} & (4) \end{array}$$

۱۴۲- معادله‌های هم‌نهبستی $ax \equiv n^2 + 3n$ و $ax \equiv 2n + 1$ دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و n ، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 15 & (1) & 9 & (2) \\ 6 & (3) & 3 & (4) \\ 2 & (1) & 8 & (4) \end{array}$$

۱۴۳- رقم یکان عدد $(21 + 41 + \dots + 261)(1 + 31 + 51 + \dots + 251)$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 2 & (1) & 3 & (2) \\ 5 & (3) & 8 & (4) \end{array}$$

۱۴۴- اگر y بزرگ‌ترین عدد سمرقمی باشد که در معادله سیاله خطی $15x + 21y = 9$ صدق کند، مقدار قرینه x کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 1398 & (1) & 1399 & (2) \\ 1391 & (3) & 1390 & (4) \end{array}$$

۱۴۵- گراف G با ۹ رأس، غیرتهی، غیرکامل و K -منتظم است. بیشترین مقدار K ، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 4 & (1) & 6 & (2) \\ 7 & (3) & 8 & (4) \end{array}$$

۱۴۶- در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر $q(G) = 3q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 5 & (1) & 6 & (2) \\ 8 & (3) & 9 & (4) \end{array}$$

۱۴۷- در گراف با درجه رأس‌های $1, 1, 2, 2, 2, 3$ ، دور اس با کمترین درجه، غیر مجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 1 & (1) & 2 & (2) \\ 3 & (3) & 4 & (4) \end{array}$$

۱۴۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 35 & (1) & 20 & (2) \\ 31 & (3) & 18 & (4) \end{array}$$

۱۴۹- در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به‌گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 6 & (1) & 5 & (2) \\ 7 & (3) & 8 & (4) \end{array}$$

۱۵۰- در گراف G ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $p(G) = 6$ باشد، مقدار $q(G)$ چقدر است؟

$$\begin{array}{llll} 9 & (1) & 15 & (2) \\ 12 & (3) & 10 & (4) \end{array}$$