

| | | | |
|--|-------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | ساعت شروع: ۸ صبح | نام و نام خانوادگی: | رشته: ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه: ۲ | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | | |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | | |

| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|
|------|-----------------------|------|

| | | |
|----|--|------|
| ۱ | ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است. | ۱ |
| ۲ | درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m b^n$. ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b^m$ صدق کند. | ۱ |
| ۳ | اگر $a > 1$ ، $a 9k+4$ و $a 5k+3$ ، ثابت کنید a عددی اول است. | ۱ |
| ۴ | اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a+2$ یا $a+4$ بر ۳ بخش پذیر است. | ۱/۵ |
| ۵ | اگر دو عدد $(5-a)$ و $(4a-7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a+6)$ را به دست آورید. | ۱ |
| ۶ | معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید. | ۱/۵ |
| ۷ | با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید. | ۲/۲۵ |
| ۸ | گراف G ، ۳-منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید. | ۱/۲۵ |
| ۹ | عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. | ۱/۵ |
| ۱۰ | در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که <u>مینیمم نباشد</u> . | ۱ |
| ۱۱ | می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟ | ۱ |
| ۱۲ | کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند. | ۱ |

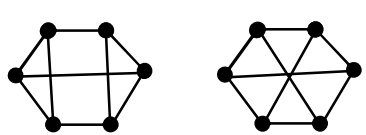
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

| | | | |
|--|-------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | ساعت شروع: ۸ صبح | نام و نام خانوادگی: | رشته: ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه: ۲ | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | | |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | | |

| | | |
|------|-----------------------|------|
| ردیف | سوالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|

| | | |
|----|--|----------------|
| ۱۳ | معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟ | ۱/۵ |
| ۱۴ | الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید. | ۱/۲۵ |
| ۱۵ | در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر <u>نباشند</u> ؟ | ۱/۵ |
| ۱۶ | حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟ | ۰/۷۵ |
| | " موفق باشید " | جمع نمره ۲۰ |

| | | | |
|--|-------------------|--|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--|------|
| ۱ | فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r + x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r + x$ گویا باشد. $(0/25)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(0/25) r + x - r \in Q$ یعنی $x \in Q$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(0/25)$ (مثال صفحه ۵) | ۱ |
| ۲ | الف) درست $(0/25)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) ب) نادرست $(0/25)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) پ) درست $(0/25)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ت) نادرست $(0/25)$ (تعریف صفحه ۲۴) | ۱ |
| ۳ | $(0/25) a 27 - 20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a = 7 \in P$ $(0/25)$ $(0/25) a 9(5k+3) - 5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3) - 5(9k+4)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲) | ۱ |
| ۴ | طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a = 3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(0/25)$ یا $(0/25) a = 3k + 1 \Rightarrow a + 2 = 3(k+1)$ یا $(0/25) a = 3k + 2 \Rightarrow a + 4 = 3(k+2)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش پذیر هستند. $(0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵) | ۱/۵ |
| ۵ | $(0/25) r = 4 \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{5}$ $(0/25) 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{5} \Rightarrow 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{5}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹) | ۱ |
| ۶ | $(0/25) 2y \equiv 18 \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 4$ $(0/25) 5x + 2(5k + 4) = 18 \Rightarrow 5x + 2(5k + 4) = 18$ $\Rightarrow x = -2k + 2$ $(0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) | ۱/۵ |
| ۷ | الف) $abgc$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bc d gb$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ $(0/25)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(0/25)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(0/5)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ (مشابه مثال صفحه ۳۶) | ۲/۲۵ |
| ۸ | $(0/25) q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6$ $(0/25)$ به یکی از دو گراف زیر $(0/5)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲) | ۱/۲۵ |
| ۹ | طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(0/5)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(0/5)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(0/25)$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(0/25)$. (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰) | ۱/۵ |
| ۱۰ | $D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶) | ۱ |
| ۱۱ | در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$ | ۱ |
| ۱۲ | الف) $6! \times 2!$ $(0/5)$ ب) $2! \times 5!$ $(0/5)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷) | ۱ |

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی فیزیک | | ساعت شروع: ۸ صبح | | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | | | | | | | | | |
|--|---|-------------------|--|--|--|-----------------------|------|---|---|---|----|----|----|----|------|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | | | | | | | | | | |
| ردیف | راهنمای تصحیح | | | | | | نمره | | | | | | | | |
| ۱۳ | $y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0 \quad (0/25), \quad y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0 \quad (0/25)$ $y_1 + 3 + x_7 + x_8 + y_4 + 4 + x_5 = 15 \quad (0/25) \Rightarrow y_1 + x_7 + x_8 + y_4 + x_5 = 8 \quad (0/25) \Rightarrow \vec{c} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (0/5)$ <p>(مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | |
| ۱۴ | <p>الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم.</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵)</p> <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> | | | | | | ۱ | ۲ | ۲ | ۱ | ۱۲ | ۲۱ | ۲۱ | ۱۲ | ۱/۲۵ |
| ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | ۲۱ | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۱ | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | $A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \quad (0/25) \Rightarrow A = \left[\frac{200}{4} \right] = 50 \quad (0/25), \quad B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\} \quad (0/25)$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{200}{28} \right] = 7 \quad (0/25)$ $ A \cap B' = A - A \cap B \quad (0/25) = 50 - 7 = 43 \quad (0/25)$ <p>(سوال ۲ صفحه ۸۳)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | |
| ۱۶ | $k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (0/25), \quad \underbrace{kn+1}_{(0/25)} = 19 \times 7 + 1 = 134 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۸۲)</p> | | | | | | ۰/۷۵ | | | | | | | | |
| جمع نمره | | ۲۰ | | | | | | | | | | | | | |

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»