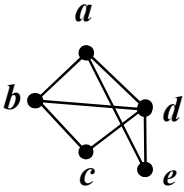
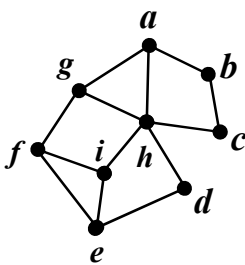


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).	نمره
------	---	------

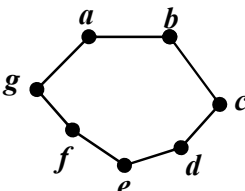
۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>a b</math> و <math>b \neq 0</math>، در این صورت <math> a  &gt;  b </math>.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر <math>a</math> و <math>b</math> اگر <math>(a c, b c)</math> و <math>(\forall m &gt; 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m)</math> آن گاه <math>[a, b] = c</math>.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح <math>a</math> و <math>b</math> و عدد طبیعی <math>m</math>، اگر باقی مانده تقسیم <math>a</math> بر <math>m</math> مساوی <math>r</math> باشد، در این صورت <math>a \equiv r^m</math>.</p> <p>ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.</p>	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج $n$ ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند $k$ در $Z$ باشد، به طوری که $5 4k+1$ ، ثابت کنید $25 16k^2 + 28k + 6$ .	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس ..... می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف ..... می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف <math>K_4</math>، برابر با ..... است.</p> <p>ت) گراف <math>G</math> را ..... می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>	۱
۷	<p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف <math>C_7</math> را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، <math>N_G(c)</math> را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱
		
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p>	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

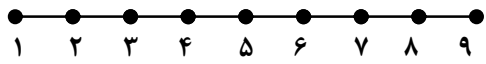
سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: <b>۸ صبح</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: <b>۲</b>	تاریخ امتحان: <b>۱۴۰۱/۰۳/۲۸</b>	مدت امتحان: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱</b>		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).	نمره
------	---	------

۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف $P_4$ را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک $\gamma$ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین $A$ را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین $B$ را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین $A$ و $B$ متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
۲۰	"موفق باشید"	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح																				
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) (ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م. صفحه ۱۳) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱) (ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)																				
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$																				
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۴	۱) (مشابه مثال صفحه ۲۱) $\begin{aligned} 27 = 13 \times 2 + 1 &\Rightarrow 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (27)^{20} \equiv 1 \pmod{13} \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \pmod{13} \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \pmod{13} \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۵	۱/۲۵) فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad \text{از طرفی } 131 \equiv 5 \pmod{7} \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)</p>							ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) (ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) (ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)																				
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). (تعریف مسیر و گراف $C_n$ صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).  <p style="text-align: right;">(ب) <math>N_G(c) = \{b, d\}</math> (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)</p>																				
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)																				
۹	۱/۲۵) برای احاطه کردن رئوس $a, b, c, d, g$ حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2 \quad (0/25)$ برای احاطه کردن رئوس $h, f, e$ حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1 \quad (0/25)$ بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3 \quad (0/25)$ از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3 \quad (0/25)$ بنابراین $\gamma(G) = 3 \quad (0/25)$ (فعالیت صفحه ۵۰)																				

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>																			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره																
۱۰	رسم گراف (۰/۵). تعریف گراف $P_n$ صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)						۱																
 $D = \{2, 5, 8\}$																							
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)						۱/۵																
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)						۱																
۱۳	$\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱)						۱																
۱۴	$x_r = 4, x_d \geq 3 \Rightarrow x_d = y_d + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_d + x_e = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_d + x_e = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵)						۱/۵																
(تمرین ۹ صفحه ۷۱)																							
۱۵	<p>الف) (ب)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳۴</td><td>۴۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۴۱</td><td>۳۴</td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۲۲</td><td>۳۴</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۳۴</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td></tr> </table> <p>(۰/۷۵)</p> $B = \begin{matrix} \begin{matrix} ۴ & ۱ & ۳ & ۲ \\ ۲ & ۳ & ۱ & ۴ \\ ۳ & ۲ & ۴ & ۱ \\ ۱ & ۴ & ۲ & ۳ \end{matrix} \\ \begin{matrix} ۴ & ۱ & ۳ & ۲ \\ ۲ & ۳ & ۱ & ۴ \\ ۳ & ۲ & ۴ & ۱ \\ ۱ & ۴ & ۲ & ۳ \end{matrix} \end{matrix}$ <p>(۰/۷۵)</p> <p>متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)</p> <p>(مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴)</p>						۳۴	۴۱	۱۳	۲۲	۲۲	۱۳	۴۱	۳۴	۱۳	۲۲	۳۴	۴۱	۴۱	۳۴	۲۲	۱۳	۲
۳۴	۴۱	۱۳	۲۲																				
۲۲	۱۳	۴۱	۳۴																				
۱۳	۲۲	۳۴	۴۱																				
۴۱	۳۴	۲۲	۱۳																				
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. (مشابه مثال صفحه ۷۸)						۱/۲۵																
$\binom{5}{3} - (\binom{3 \times 3}{3} - \binom{3}{3}) = 243 - 93 = 150$ <p>(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>																							
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته $\times$ تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری:						۱/۲۵																
$kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ <p>(۰/۲۵) <math>\Rightarrow k + 1 = 7</math> (۰/۲۵)</p> <p>در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)</p> <p>(سوال ۹ صفحه ۸۳)</p>																							
۲۰	جمع نمره						۲۰																

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»