



باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸	ساعت شروع: ۹ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

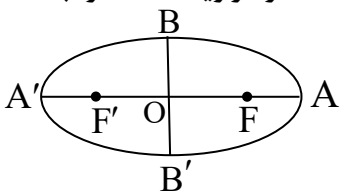
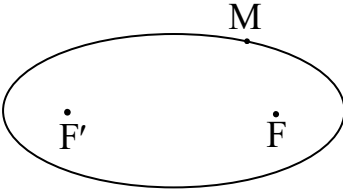
سؤالات فصل اول

۰/۷۵	الف) اگر در ماتریس قطری تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس می‌نامند. ب) اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A برابر است. پ) هر ماتریس مربعی وارون‌پذیر است. (درست - نادرست)	۱
۱/۲۵	ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$ داده شده است، ماتریس A^{-1} را به دست آورید.	۲
۱/۲۵	در تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.	۳
۱/۵	اگر $3A = \begin{bmatrix} A & -5 \\ 1 & 4 A \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A^{-1} $ را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ 4x + my = -4 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۵

سؤالات فصل دوم

۰/۵	الف) اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و از رأس عبور نکند، آنگاه سطح مقطع حاصل یک است. ب) در هر سهمی، هر شعاع نوری که از کانون آن به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت. (درست - نادرست)	۶
۱	نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)	۷
۱/۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و روی خط $3x + 4y + 6 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{5}$ جدا کند. سپس محل تلاقی آن دایره با محور yها را بیابید.	۸
۱/۲۵	وضعیت دو دایره به معادلات $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$ را نسبت به هم تعیین کنید. (با ارائه راه‌حل)	۹

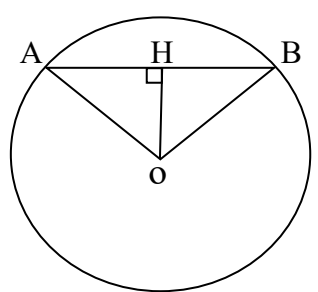
ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸	ساعت شروع: ۹ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۱۰	در یک بیضی با کانون های F و F' ، طول قطر کوچک نصف طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $\widehat{FBF'}$ را به دست آورید.		۱/۲۵
۱۱	معادله سهمی با کانون $F(1, 2)$ و خط هادی $x = -3$ را بنویسید.		۱/۵
۱۲	در شکل مقابل، نقطه M روی بیضی با کانون های F و F' مشخص شده است. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$.		۱
سؤالات فصل سوم			
۱۳	الف) نقطه $(-2, 3, -1)$ در ناحیه ششم مختصات قرار دارد. (درست - نادرست) ب) حاصل $\vec{j} \cdot ((\vec{i} \times \vec{k}) \times \vec{i})$ برابر است.		۰/۵
۱۴	مقدار m را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, 0, 2)$ و $\vec{b} = (2, -2, 0)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد.		۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ و $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$ باشند، تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ بر امتداد بردار $2\vec{c} - \vec{b}$ را به دست آورید.		۱/۵
۱۶	اگر $\vec{a} = (-2, 0, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ باشند، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} - \vec{j}$ و \vec{b} تولید می شود را حساب کنید.		۱
۱۷	اگر سه بردار $\vec{a} = (m, -1, 1)$ ، $\vec{b} = (1, -1, 1)$ و $\vec{c} = (1, m, -1)$ در یک صفحه واقع باشند، مقدار m را بیابید.		۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره	

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) اسکالر (۰/۲۵) ۱۲ ص	ب) ۱- (۰/۲۵) ۲۸ ص	پ) نادرست (۰/۲۵) ۲۳ ص
۲	۲۳ و ۲۱ ص	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -1 \quad (۰/۲۵)$ $A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$	
۳	۱۷ ص	$\begin{bmatrix} x-2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 - 2x - 3 = 0}_{(۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad (۰/۲۵) \\ x = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	
۴	۳۱ و ۳۰ ص	$\underbrace{ 3A = 4 A ^2 + 5}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{4 A ^2 - 9 A + 5 = 0}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \Rightarrow A^{-1} = 1 \quad (۰/۲۵) \\ A = \frac{5}{4} \Rightarrow A^{-1} = \frac{4}{5} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	
۵	۳۱ و ۲۶ ص	$\frac{m}{4} = \frac{9}{m} \neq \frac{m+1}{-4} \Rightarrow \underbrace{m^2 = 36}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \quad (۰/۲۵) \\ m = -6 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ هر دو جواب قابل قبول	
۶	الف) بیضی (۰/۲۵) ۲۵ ص	ب) درست (۰/۲۵) ۵۶ ص	
۷	۱	<p>مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵)</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از نقاط C و D به یک فاصله‌اند: عمود منصف پاره خط CD است. (۰/۲۵)</p> <p>محل برخورد دو عمودمنصف، جواب مساله است. (۰/۲۵)</p> <p>حالت‌های ممکن: یک جواب، بدون جواب، بی‌شمار جواب (۰/۲۵)</p> <p>*اگر دانش آموزی با رسم شکل جواب‌ها را مشخص کرده باشد، نمره کامل لحاظ گردد*</p>	
« ادامه در صفحه دوم »			

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>ص ۴۴</p>  $OH = \frac{ 3(0) + 4(1) + 6 }{\sqrt{9+16}} = 2 \quad (0/25)$ $AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow \underbrace{AH = \sqrt{5}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{R = 3}_{(0/25)}$ $(x-0)^2 + (y-1)^2 = 9 \quad (0/25)$ $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \Rightarrow (0,4) & (0/25) \\ y=-2 \Rightarrow (0,-2) & (0/25) \end{cases}$	۱/۵
---	---	-----

۹	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 \Rightarrow \underbrace{O(1,-2), R=1}_{(0/25)}$ $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow \underbrace{O'(-3,-1), R'=4}_{(0/5)}, \quad d = OO' = \sqrt{17} \quad (0/25)$ <p>بنابراین دو دایره متقاطع هستند. $3 < \sqrt{17} < 5$</p> <p>ص ۴۶ (0/25)</p>	۱/۲۵
---	---	------

۱۰	$\underbrace{BB' = \frac{1}{2}AA'}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2b = \frac{1}{2}(2a)}_{(0/25)} \Rightarrow a = 2b$ $\underbrace{\cos \widehat{F'BO} = \frac{BO}{BF'} = \frac{b}{a} = \frac{1}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\widehat{F'BO} = 60^\circ}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\widehat{F'BF} = 120^\circ}_{(0/25)}$ <p>روش دوم: برای حل مسأله با استفاده از تانژانت زاویه $\widehat{F'BO}$ نمره لحاظ گردد.</p> <p>ص ۵۸</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۱	<p>ص ۵۲ و ۵۸</p> $F(\alpha + a, \beta) = (1, 2) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + a = 1 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad (0/25)$ $\left. \begin{matrix} x = \alpha - a \\ x = -3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underbrace{\alpha - a = -3}_{(0/5)} \xrightarrow{\alpha+a=1} \begin{cases} a = 2 & (0/25) \\ \alpha = -1 & (0/25) \end{cases}$ $(y-2)^2 = 8(x+1) \quad (0/25)$ <p>روش دوم: برای حل مساله با استفاده از شکل، نمره لحاظ گردد.</p>	۱/۵
----	--	-----

« ادامه در صفحه سوم »

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	<p>مجموع $MF + MF'$ کمترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاهترین مسیر، زاویه‌های $\hat{M}_\gamma = \hat{M}_\alpha$ (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی: $MF \parallel NF'$ و d مورب، در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}_\alpha$ (۰/۲۵)</p> <p>نتیجه می‌شود $\hat{N} = \hat{M}_\gamma$ (۰/۲۵)</p> <p>مثلث MNF' متساوی الساقین است. یعنی $MF' = NF'$ رسم شکل: (۰/۲۵).</p> <p>ص ۵۷</p>	۱
۱۳	الف) درست (۰/۲۵) ص ۶۴ ب) صفر (۰/۲۵) ص ۸۲	۰/۵
۱۴	ص ۷۸	۱/۵
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \Rightarrow 2m = (\sqrt{m^2 + 4})(2\sqrt{2})\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 4m^2 = 2m^2 + 8$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow \underbrace{m^2 = 4}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{قق} & (۰/۲۵) \\ m = -2 & \text{غقق} & (۰/۲۵) \end{cases}$	
۱۵	ص ۷۵ و ۸۴	۱/۵
	$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1, 1) \quad (۰/۲۵),$ $\vec{v} = \vec{2c} - \vec{b} = (3, -4, 0) \Rightarrow \vec{v} = 5, \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\vec{u}' = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{v} ^2} \vec{v} \Rightarrow \vec{u}' = \left(-\frac{3}{25}, \frac{4}{25}, 0\right)$ <p>(۰/۵)</p>	

«ادامه در صفحه چهارم»

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	ص ۷۵ و ۸۴ $\vec{u} = \vec{a} - \vec{j} = (-2, -1, 1) \quad , \quad \vec{u} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} \quad , \quad \vec{u} \times \vec{b} = \sqrt{75} \quad ,$ $S = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$	۱
۱۷	ص ۸۳ $V = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{m^2 - 2m + 1 = 0}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{m = 1}_{(0/25)}$ <p>*برای حل مسئله با استفاده از روش غیر ماتریسی، به تناسب نمره لحاظ گردد.</p>	۱/۵
	"پیروز باشید"	۲۰