

		دبیرستان غیردولتی فاخران		
		نام و نام خانوادگی	امتحان نوبت اول	رشته تحصیلی: ریاضی و فیزیک
نمره	ردیف	سئوالات		
				تعداد صفحات: ۲
		تاریخ: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	نام درس: ریاضیات گسسته	مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه
۱	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x, y رابطه $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$</p> <p>ب) ترکیب دو شرطی $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ همواره برقرار است.</p> <p>ج) مکمل گراف کامل، گراف تهی است.</p> <p>د) گراف کامل از مرتبه P به تعداد $\frac{P(P+1)}{2}$ یال دارد.</p>		
۲	۲	<p>جاهای خالی را کامل کنید.</p> <p>الف) حاصل عبارت $(3 \circ, [12, 18])$ برابر می باشد.</p> <p>ب) عدد ۱۳۹۸ در دسته هم نهشتی عدد به پیمانۀ ۹ قرار دارد.</p> <p>ج) معادله همنهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و تنها اگر</p> <p>د) با توجه به تعریف $b \equiv m$ و $k \equiv m$ دو عدد، هرگاه $a b$ آنگاه $(a, b) = \dots\dots\dots$ و $[a, b] = \dots\dots\dots$</p>		
۳	۳	<p>گزاره های درست را ثابت کنید و برای گزاره های نادرست مثال نقض بیاورید.</p> <p>الف) مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.</p> <p>ب) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ عددی اول است.</p> <p>ج) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.</p> <p>د) اگر $a b$ و $c d$ آن گاه می توان نتیجه گرفت $a+c b+d$</p>		
۱/۵	۴	<p>اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند، به روش بازگشتی درستی رابطه زیر را ثابت کنید:</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy - xz + yz$		
۱	۵	<p>اگر باقی مانده تقسیم دو عدد a بر ۸ و ۹ به ترتیب برابر ۴ و ۵ باشد. باقی مانده تقسیم عدد a بر ۷۲ را بدست آورید.</p>		

ردیف	سئالات	نمره
۶	گر $a > 1$ و $a 5k + 6$ و $a 3k + 5$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۷	با استفاده از ویژگی های هم نهستی، باقی مانده تقسیم عدد $7 - 4^{75} \times 5$ بر ۱۷ را بیابید.	۱/۵
۸	به چند طریق می توان یک کیسه ۴۳ کیلویی را با وزنه های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد؟ (با راه حل کامل)	۲
۹	اگر $a \equiv b^m$ باشد نشان دهید باقی مانده های تقسیم دو عدد a, b بر m مساوی می باشند.	۱/۵
۱۰	اگر ۱۵ خردادماه در یک سال روز دو شنبه باشد، ۲۵ دی ماه همان سال چه روزی خواهد بود؟	۱
۱۱	گراف G با $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E(G) = \{ad, ae, bf, ac, ec, ed\}$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار گراف G را رسم کنید. ب) مجموعه همسایه های باز راس b را بیابید. ج) چند یال به گراف فوق اضافه کنیم تا گراف، گراف کامل شود. د) آیا گراف فوق همبند است. چرا؟ ه) بزرگترین و کوچکترین درجه گراف را مشخص کنید.	۲/۵
۱۲	نشان دهید تعداد راس های فرد هر گراف، زوج است.	۱
۱۳	۷ نفر در یک اتاق هستند و برخی از آنها با یکدیگر دست می دهند. ۶ نفر از آنها هر کدام دقیقاً با دو نفر دست می دهند. نشان دهید نفر هفتم نمی تواند دقیقاً با ۵ نفر دست داده باشد.	۰/۵
۱۴	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) اگر G یک گراف باشد و $\delta(G) \geq 4$ باشد آن گاه G یک مسیر به طول بزرگتر یا مساوی دارد. ب) اگر G یک گراف از مرتبه ۸ و گراف ۳-منتظم باشد. تعداد یالهای گراف برابر است با : ۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵ ب) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴	۰/۵

موفق باشید