

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته: ۳	تعداد صفحه: ۲	هندسه ۲	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۶	تاریخ آزمون:	یازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	<p><b>سوالات فصل ۱</b></p> <p>(الف) هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست)</p> <p>(ب) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های <math>R</math> و <math>R'</math> برابر <math>\sqrt{R+R'}</math> است. (درست - نادرست)</p> <p>(پ) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با ..... اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.</p> <p>(ت) اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل <math>\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}</math> برابر ..... است.</p>				
۱.۵	<p>ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه <math>AB</math> و <math>CD</math> در نقطه‌ای مانند <math>M</math> (بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند، آن‌گاه: <math>MA \cdot MB = MC \cdot MD</math></p>				
۱.۵	<p>ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آن‌گاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.</p>				
۱.۵	<p>در شکل مقابل وتر <math>AB</math> بر قطر <math>CD</math> عمود است. ثابت کنید قطر <math>CD</math> وتر <math>AB</math> و کمان <math>AB</math> را نصف می‌کند.</p> 				
۱.۲۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع زاویه قائمه ۳ و ۴، شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.</p>				
۱.۲۵	<p>در شکل زیر <math>MT</math> به طول <math>3\sqrt{2}</math> مماس بر دایره است. مقادیر عددی <math>x</math> و <math>y</math> را به دست آورید.</p> 				

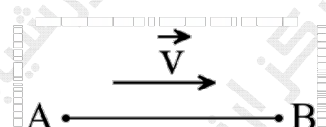
ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته: ۳	تعداد صفحه: ۲	هندسه ۲	سؤالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۶	تاریخ آزمون:	یازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

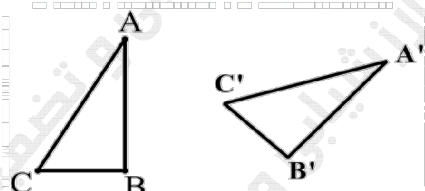
ردیف: سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. نمره

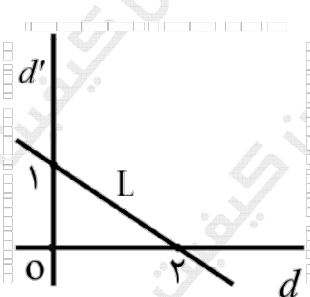
### سوالات فصل ۲

برای هر کدام از عبارات گروه A، تبدیل مناسب را از گروه B انتخاب کنید. (یک مورد از گروه B اضافی است).

۰.۷۵	گروه B	گروه A	۷
	دوران	الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی‌کند:	
	همانی	ب) تبدیلی که نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است:	
	بازتاب	پ) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند:	
	انتقال		

۱	<p>با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره‌خط و اندازه تصویر آن باهم برابرند.  <math>(\vec{V} \parallel AB)</math> و اندازه <math>\vec{V}</math> از اندازه پاره‌خط AB کوچک‌تر است.</p> 	۸
---	--	---

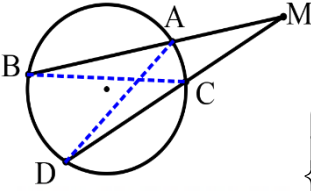
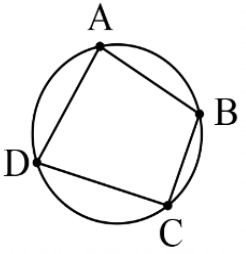
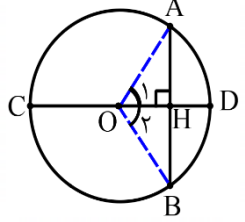
۰.۵	<p>نقاط A', B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط A, B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید.</p> 	۹
-----	---	---

۱.۰۵	<p>در شکل روبه‌رو اگر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس <math>\frac{7}{4}</math> تصویر کنیم و آن را L' بنامیم؛ مساحت بین خط L و L' و خطوط d و d' چقدر است؟</p> 	۱۰
------	--	----

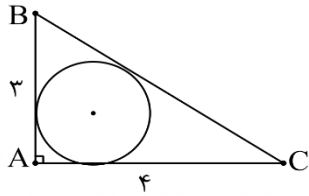
ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	هندسه ۲	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۶	تاریخ آزمون:	یازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				نمره
۱۱	<p>با توجه به شکل، نقطه <math>M</math> روی پاره خط <math>HK=8</math> را به گونه‌ای بیابید که:</p> <p>الف) مسیر <math>AMB</math> کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.</p> <p>ب) کمترین مقدار عددی <math>AM+MB</math> را محاسبه کنید.</p>				۱.۲۵
۱۲	<p>در شکل زیر، می‌خواهیم بدون آن که محیط تغییر کند، مساحت را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید.</p>				۱
۱۳	<p><b>سوالات فصل ۳</b></p> <p>در مثلث <math>ABC</math>، <math>BC = 10 \text{ cm}</math>، <math>\hat{A} = 30^\circ</math>، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟ الف) ۱۰    ب) ۱۵    پ) ۲۰    ت) ۲۵</p>				۰.۵
۱۴	<p>در مثلث <math>ABC</math> که <math>(\hat{A} &lt; 90^\circ)</math>، ثابت کنید:</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$				۱.۵
۱۵	<p>مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع <math>a</math> را به کمک دستور هرون بیابید.</p>				۱
۱۶	<p>در مثلث <math>ABC</math>، <math>AB=7</math>، <math>AC=4</math> و <math>BC=10</math> است. طول نیمساز داخلی زاویه <math>C</math> را محاسبه کنید.</p>				۱.۵
۱۷	<p>در مثلث <math>ABC</math> که <math>AB=4</math>، <math>AC=6</math> و <math>BC=8</math>، نقطه <math>M</math> وسط ضلع <math>BC</math> است. محیط مثلث <math>AMC</math> را به دست آورید.</p>				۱.۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲
ساعت آزمون: ۷:۳۰ صبح		تعداد صفحه: چهار صفحه	بایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		راهنمای تصحیح	

ضمن سلام و خدایوت خدمت همکاران و مصححان عزیز، با عنایت به ماهیت درس هندسه و امکان داشتن چندین روش درست برای پاسخ یک سوال، لطفاً به روش‌های درست و خلاقانه دانش‌آموزان (جدا از روش کلید) در پاسخ به سوالات، نمره متناسب لحاظ گردد تا حقی از آنها تضییع نگردد.

نمره	راهنمای تصحیح (صفحه ۱ از ۷)	ردیف
۱	<p>(الف) درست ۰/۲۵ (ص ۲۹)</p> <p>(ب) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۲)</p> <p>(پ) نصف ۰/۲۵ (ص ۱۵)</p> <p>(ت) <math>\frac{1}{4}</math> ۰/۲۵ (ص ۲۹)</p>	۱
۱/۵	<p>مثلث‌های <math>MBC</math> و <math>MAD</math> مشابه هستند. ۰/۲۵</p>  $\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} = \frac{AC}{2} & 0/25 \\ \hat{M} = \hat{M} & 0/25 \end{cases} \xrightarrow{ز} \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \rightarrow \underbrace{MA \times MB = MC \times MD}_{0/25}$ <p style="text-align: center;">(ص ۱۸)</p>	۲
۱/۵	<p>طبق فرض می‌دانیم نقاط <math>A, B, C, D</math> روی دایره هستند. ۰/۲۵ (اشاره به محاطی بودن چهارضلعی، از طریق شکل نیز قابل قبول است.)</p>  $\begin{cases} \hat{A} = \frac{DCB}{2} & 0/25 \\ \hat{C} = \frac{DAB}{2} & 0/25 \end{cases} \rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{DCB + DAB}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ <p style="text-align: center;">به‌طور مشابه <math>\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ</math>. ۰/۲۵</p> <p style="text-align: center;">(ص ۲۷)</p>	۳
۱/۵	<p>روش اول:</p>  $\begin{cases} OA = OB & 0/25 \\ OH = OH & 0/25 \end{cases} \xrightarrow[\text{ع}]{\text{و ت ر و ض ل}} \Delta AOH \cong \Delta BOH \rightarrow$ $\underbrace{AH = BH}_{0/25}, \underbrace{\hat{O}_1 = \hat{O}_2}_{0/25} \rightarrow \underbrace{AD = BD}_{0/25}$ <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> <p><math>OA = OB = r \Rightarrow OAB</math> متساوی الساقین ۰/۲۵</p> <p style="text-align: center;">چون در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع، نیمساز و میانه هم هست (۰/۲۵) داریم</p> $\underbrace{AH = BH}_{0/25}, \underbrace{O_1 = O_2}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{AD = BD}_{0/25}$ <p style="text-align: center;">(ص ۱۳)</p>	۴

روش اول:



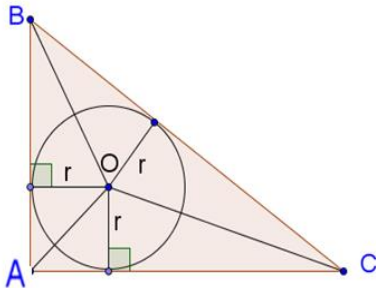
$$BC = 5 \quad \cdot/25$$

$$\underbrace{3+4+5=2P}_{\cdot/25} \rightarrow p=6$$

$$\rightarrow S = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \quad \cdot/25$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{6}{6} = 1 \quad \cdot/5$$

روش دوم:



$$BC = 5 \quad \cdot/25$$

$$S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \quad \cdot/25$$

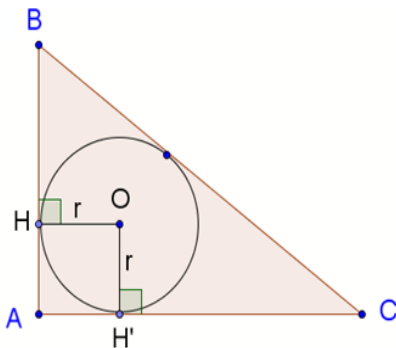
$$S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB}$$

$$= \frac{r \times BC}{2} + \frac{r \times AC}{2} + \frac{r \times AB}{2} \quad \cdot/25$$

$$= \frac{r \times 5}{2} + \frac{r \times 4}{2} + \frac{r \times 3}{2} = 6r = 6 \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow r = 1 \quad \cdot/25$$

روش سوم:



$$HAH'O \text{ مربع} \quad \cdot/25$$

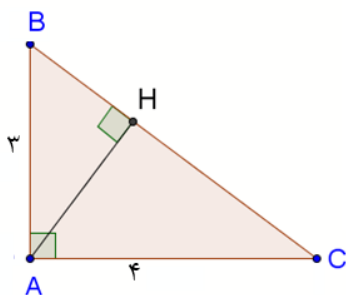
$$\Rightarrow AH = r \quad \cdot/25$$

$$BC = 5 \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow p = \frac{3+4+5}{2} = 6 \quad \cdot/25$$

$$r = AH = p - a = 6 - 5 = 1 \quad \cdot/25$$

روش چهارم:



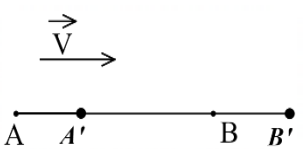
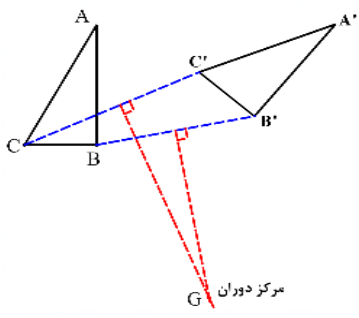
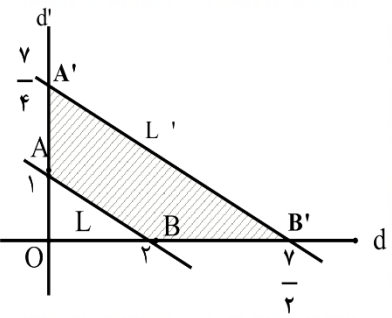
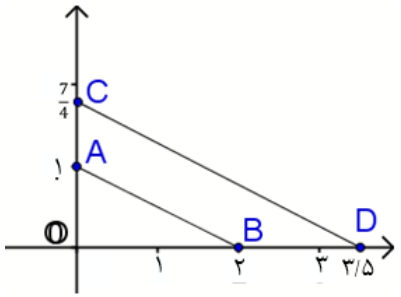
$$BC = 5 \quad \cdot/25$$

$$AB \times AC = AH \times BC \quad \cdot/25$$

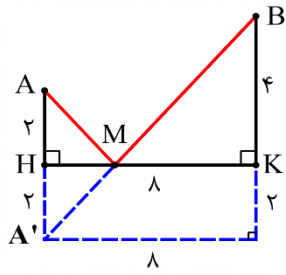
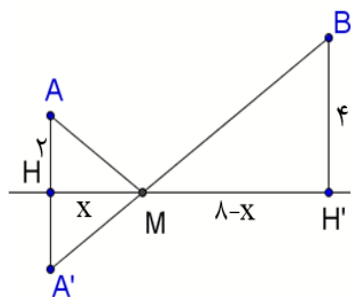
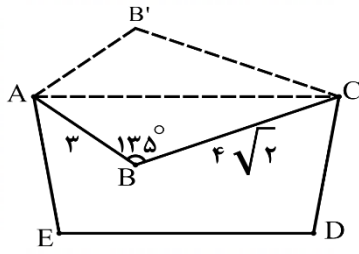
$$\Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \Rightarrow AH = \frac{12}{5} \quad \cdot/25$$

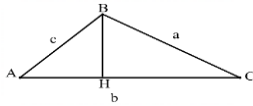
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 1 \quad \cdot/25$$

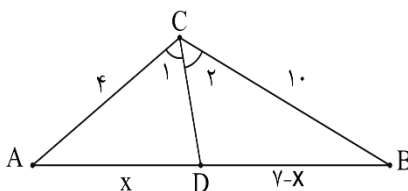
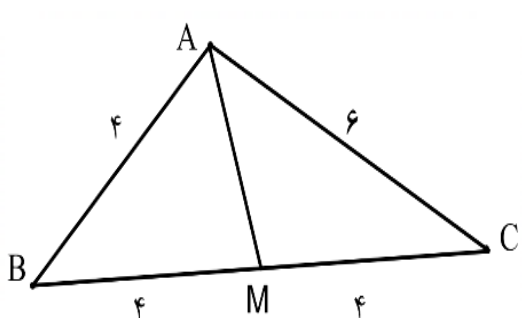
ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۳ از ۷)	نمره
۶	$\underbrace{x \times x = 2 \times 1}_{\cdot/25} \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow \underbrace{x = \sqrt{2}}_{\cdot/25}$ $\underbrace{(2\sqrt{2})^2 = y(y+3)}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{y^2 + 3y - 18 = 0}_{\cdot/25} \rightarrow y = 3$ <p style="text-align: center;">(۱۸ص)</p>	۱/۲۵
۷	<p>الف) بازتاب <math>\cdot/25</math> (ص ۴۸)    ب) دوران <math>\cdot/25</math> (ص ۴۳)    پ) همانی <math>\cdot/25</math> (ص ۴۷)</p>	۰/۷۵
۸	 $\begin{cases} AB = AA' + A'B & \cdot/25 \\ A'B' = BB' + A'B & \cdot/25 \end{cases} \xrightarrow[\cdot/25]{AA' = BB'} \underbrace{AB = A'B'}_{\cdot/25}$ <p style="text-align: center;">(۳۹ص)</p>	۱
۹	<p>روش اول: محل هم‌مرسی عمود منصف‌های پاره‌خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش، مرکز دوران است. <math>\cdot/5</math></p>  <p>روش دوم: برای رسم شکل دقیق، نمره کامل منظور شود.</p> <p style="text-align: center;">(۴۲ص)</p>	۰/۵
۱۰	<p>روش اول:</p>  $\frac{OA'}{OA} = \frac{y}{4} \rightarrow OA' = \frac{y}{4} \quad \cdot/25$ $\frac{OB'}{OB} = \frac{y}{4} \rightarrow OA' = \frac{y}{2} \quad \cdot/25$ $S = S_{\Delta OA'B'} - S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left( \frac{y}{4} \times \frac{y}{2} \right) - \frac{1}{2} (1 \times 2) = \frac{33}{16}$ <p style="text-align: center;">رسم شکل <math>\cdot/25</math></p> <p>روش دوم:</p>  $\frac{S_{CDO}}{S_{ABO}} = k^2 = \frac{49}{16} \quad \cdot/5$ $\frac{S_{CDO} - S_{ABO}}{S_{ABO}} = \frac{49 - 16}{16} = \frac{33}{16} \quad \cdot/5$ $S_{ABO} = \frac{1 \times 2}{2} = 1 \Rightarrow S_{ABDC} = \frac{33}{16} \quad \cdot/5$	۱/۵



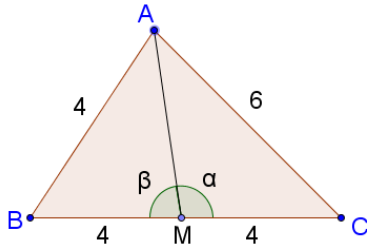
ردیف	راهنمای تصحیح ( صفحه ۴ از ۷ )	نمره
۱۱	<p>الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK می‌نامیم. محل تلاقی A'B با HK را M می‌نامیم. مسیر AMB پاسخ مسأله است. ۰/۵</p> <p>رسم شکل ۰/۲۵</p> <p>ب) روش اول:</p> $\underbrace{AM + MB}_{0/25} = \underbrace{A'B}_{0/25} \rightarrow A'B = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ <p>ب) روش دوم:</p>   $AHM \approx BH'M \Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{HM}{MH'}$ $\Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x}{8-x} \Rightarrow x = \frac{8}{3} \Rightarrow MH = \frac{8}{3}, MH' = \frac{16}{3} \quad 0/25$ $AM = \sqrt{2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}, BM = \frac{20}{3}$ $\Rightarrow AM + BM = \frac{10}{3} + \frac{20}{3} = 10 \quad 0/25$ <p>(ص ۵۲)</p>	۰/۷۵
۱۲	 <p>رسم بازتاب ۰/۲۵</p> $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \sin 135^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$ $S_{ABCB'} = 2S_{ABC} = 12$ <p>تذکر: اگر به جای رسم شکل، به صورت زیر توضیح داده شود، نمره ۰/۲۵ تعلق گیرد. « بازتاب نقطه B را نسبت به خط AC پیدا می‌کنیم.»</p> <p>(ص ۵۴)</p>	۱
۱۳	گزینه درست: ۱۰ یا الف ۰/۵	۰/۵

نمره	راهنمای تصحیح (صفحه ۵ از ۷)	ردیف
۱/۵	<p style="text-align: right;">روش اول:</p> $\cos A = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cos A \quad \cdot / ۲۵$ $\sin A = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \sin A \quad \cdot / ۲۵$ $CH = b - AH = b - c \cos A \quad \cdot / ۲۵$ $\Delta HBC : a^2 = BH^2 + CH^2 = (c \sin A)^2 + (b - c \cos A)^2 \quad \cdot / ۲۵$ $a^2 = c^2 \sin^2 A + b^2 + c^2 \cos^2 A - 2bc \cos A \quad \cdot / ۲۵$ $a^2 = b^2 + c^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) - 2bc \cos A \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad \cdot / ۲۵$ <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> $\Delta HBC : a^2 = \underbrace{BH^2}_{\cdot / ۲۵} + \underbrace{CH^2}_{\cdot / ۲۵} = \underbrace{(c - AH)^2}_{\cdot / ۲۵} + \underbrace{(b - AH)^2}_{\cdot / ۲۵}$ $\rightarrow a^2 = c^2 - AH^2 + b^2 + AH^2 - 2bAH \quad \cdot / ۲۵$ $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bAH \quad \xrightarrow[\cdot / ۲۵]{AH = c \cdot \cos A} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad \cdot / ۲۵$ <p style="text-align: center;">(ص ۶۴)</p>	۱۴
۱	$a + a + a = 2P \rightarrow P = \frac{3}{2}a \quad \cdot / ۲۵$ $S = \sqrt{\frac{3}{2}a \left(\frac{3}{2}a - a\right) \left(\frac{3}{2}a - a\right) \left(\frac{3}{2}a - a\right)} = \sqrt{\frac{3}{2}a \left(\frac{1}{2}a\right) \left(\frac{1}{2}a\right) \left(\frac{1}{2}a\right)} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ <p style="text-align: center;">(ص ۷۳)</p>	۱۵



نمره	راهنمای تصحیح (صفحه ۶ از ۷)	ردیف
۱/۵	<p style="text-align: right;">روش اول:</p>  $\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow 28 - 4x = 10x \rightarrow x = 2 = AD \rightarrow BD = 5$ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \rightarrow DC = \sqrt{30}$ <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> $AD = \frac{4 \times 7}{4 + 10} = 2 \quad BD = \frac{10 \times 7}{4 + 10} = 5$ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \Rightarrow DC = \sqrt{30}$ <p style="text-align: right;">روش سوم:</p> $\frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AD} \Rightarrow \frac{BC}{AC + BC} = \frac{BD}{AD + BD} \Rightarrow \frac{10}{14} = \frac{BD}{7} \Rightarrow BD = 5, AD = 2$ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \Rightarrow DC = \sqrt{30}$ <p style="text-align: center;">(ص ۷۰)</p>	۱۶
۱/۵	 $6^2 + 4^2 = 2AM^2 + \frac{4^2}{2} \rightarrow 36 + 16 = 2AM^2 + 8$ $\rightarrow AM^2 = 10 \rightarrow AM = \sqrt{10}$ $\rightarrow 2P_{AMC} = 6 + 4 + \sqrt{10} = 10 + \sqrt{10}$	۱۷

روش دوم:



$$\beta = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\cos \beta \quad \cdot/25$$

$$4^2 = 4^2 + AM^2 - 2AM \cos \beta \quad \cdot/25$$

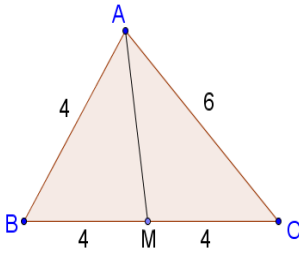
$$6^2 = 4^2 + AM^2 - 2AM \cos \alpha \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow 6^2 = 4^2 + AM^2 + 2AM \cos \beta$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 20 \Rightarrow AM = \sqrt{10} \quad \cdot/5$$

$$\Rightarrow 2p = 6 + 4 + \sqrt{10} = 10 + \sqrt{10} \quad \cdot/25$$

روش سوم:



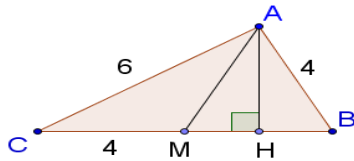
$$AB^2 \times MC + AC^2 \times BM = AM^2 \times BC + BM \times MC \times BC \quad \cdot/5$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 4 + 6^2 \times 4 = AM^2 \times 8 + 4 \times 4 \times 8 \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow AM^2 = 10 \Rightarrow AM = \sqrt{10} \quad \cdot/5$$

$$\Rightarrow 2p = 6 + 4 + \sqrt{10} = 10 + \sqrt{10} \quad \cdot/25$$

روش چهارم:



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 3\sqrt{15} \quad \cdot/25$$

$$S = \frac{AH \times C}{2} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{15}}{4} \quad \cdot/25$$

$$\triangle ABH \Rightarrow 16 = BH^2 + h^2 \Rightarrow BH = \frac{11}{4} \quad \cdot/25$$

$$MH = MB - BH \Rightarrow MH = 4 - \frac{11}{4} = \frac{5}{4} \quad \cdot/25$$

$$\triangle AMH \Rightarrow AM^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{15}}{4}\right)^2 \Rightarrow AM = \sqrt{10} \quad \cdot/25$$

$$\Rightarrow 2p = 10 + \sqrt{10} \quad \cdot/25$$

(ص ۶۷)